

Simulação computacional do ensaio de módulo complexo em misturas asfálticas

Francisco José Pereira de Almeida¹, Lucas Feitosa de Albuquerque Lima Babadopulos²,
Jorge Barbosa Soares³, Evandro Parente Junior⁴

¹Universidade Federal do Cariri, francisco-jose.almeida@ufca.edu.br

²Universidade Federal do Ceará, babadopulos@ufc.br

³Universidade Federal do Ceará, jsoares@det.ufc.br

⁴Universidade Federal do Ceará, evandro@ufc.br

Recebido:

21 de março de 2018

Aceito para publicação:

3 de agosto de 2018

Publicado:

31 de agosto de 2019

Editor de área:

Kamilla Vasconcelos

Palavras-chaves:

Misturas Asfálticas;
Módulo Complexo;
Módulo Dinâmico;
Elementos Finitos;
Viscoelasticidade Linear.

Keywords:

Asphalt Mixtures;
Complex Modulus;
Dynamic Modulus;
Finite Elements;
Linear Viscoelasticity.

DOI:10.14295/transportes.v27i2.1636

RESUMO

Considerando-se as heterogeneidades inerentes e utilizando-se o Método dos Elementos Finitos juntamente com a Teoria da Viscoelasticidade Linear é simulado computacionalmente, para materiais asfálticos, o ensaio de módulo complexo (que se traduz em um valor absoluto chamado de módulo dinâmico e em um ângulo de fase). O ensaio consiste na aplicação de solicitação (tensão ou deformação) senoidal e na leitura da resposta mecânica (deformação ou tensão). Os materiais estudados são uma Matriz de Agregados Finos (MAF) e uma Mistura Asfáltica Completa (MAC) composta por agregados graúdos, ar e MAF. Tomam-se como dados de entrada os parâmetros de dosagem e as propriedades dos materiais constituintes da mistura. Os resultados das simulações são comparados aos obtidos em ensaios realizados em laboratório. Avalia-se a influência do módulo de elasticidade dos agregados e do volume de vazios sobre o módulo dinâmico da MAC analisada. Os resultados mostraram que para baixas frequências da solicitação, a variação na rigidez do agregado interfere pouco na variação do módulo dinâmico da mistura, tornando-se mais significativa para as frequências mais altas. Ademais, foi possível obter o módulo dinâmico da MAC a partir da simulação, estimando-se o módulo de elasticidade dos agregados. O módulo dinâmico da mistura diminui com o aumento do volume de vazios e apresenta um comportamento aproximadamente linear, principalmente nas frequências mais baixas.

ABSTRACT

Considering heterogeneities and using the Finite Element Method, along with the Theory of Linear Viscoelasticity, the complex modulus test (absolute value called dynamic modulus and a phase angle) in asphalt mixtures is computationally simulated. The test consists in application of sinusoidal solicitation (stress or strain) and the respective reading of the mechanical response (strain or stress). Studied materials are a Fine Aggregate Matrix (FAM) and a Hot Mix Asphalt (HMA) composed of coarse aggregates, air and FAM. Mixture design parameters and mechanical properties of the constituents are the input parameters. Simulation results are compared with those obtained from laboratory tests. The influence of the aggregate modulus and voids ratio on the stiffness of the mixture is investigated. The results showed that at low frequencies, the variation in the stiffness of the aggregate has little effect in the variation of the dynamic modulus of the mixture, becoming more significant at higher frequencies. In addition, it was possible to obtain the dynamic module of the HMA from the simulation, estimating the modulus of elasticity of the aggregates. The dynamic modulus of the mixture decreases with the increase in its voids and presents an approximately linear behavior, especially at lower frequencies.



1. INTRODUÇÃO

Os materiais compósitos particulados são utilizados em diversas aplicações da engenharia. Constituem-se de partículas de um ou mais materiais aglomerados por uma matriz de outro

material (Hinterhoelzl e Schapery, 2004). Misturas asfálticas são materiais compósitos utilizados no revestimento de pavimentos rodoviários, sendo constituídas por agregados que formam um esqueleto mineral, aglomerados por um ligante asfáltico contendo, ainda, ar nos espaços vazios não preenchidos pelo ligante. A coesão da mistura é decorrente do mástique, que é a parte da mistura formada pelo ligante e o fíler – fração granular mais fina dos agregados.

Nos métodos de dimensionamento mecanístico-empíricos, as propriedades dos materiais devem ser especificadas para que a resposta do pavimento seja determinada durante a fase de projeto, por meio de análises estruturais. Para isso, as principais propriedades necessárias são: o módulo de relaxação (ou alternativamente a função fluência no domínio do tempo; ou ainda o módulo complexo no domínio da frequência), e as propriedades relacionadas à durabilidade e ao desempenho em campo, definidas pela resistência ao dano por fadiga e à deformação permanente, entre outras.

Cientistas e engenheiros de materiais têm buscado desenvolver métodos para determinar as propriedades mecânicas dos materiais compósitos a partir do conhecimento das propriedades de seus componentes individuais (Brison *et al.*, 2008). As pesquisas indicam que os fenômenos físicos presentes em escalas menores influenciam nas respostas das escalas maiores (Allen *et al.*, 2015). No caso específico das misturas asfálticas, sabe-se que seu comportamento mecânico depende da forma, tamanho, distribuição espacial e das propriedades constitutivas dos materiais constituintes (Freitas *et al.*, 2003), sendo as propriedades mecânicas das misturas, de uma maneira geral, influenciadas por seus parâmetros de dosagem: (i) teor de ligante; (ii) volume de vazios; (iii) granulometria dos agregados; (iv) forma, angularidade, textura e orientação dos agregados. Para cada combinação de valores dos parâmetros que define uma dosagem, deve-se confeccionar corpos de prova e submetê-los aos ensaios de caracterização em laboratório. Alternativamente, princípios de homogeneização, com a utilização de métodos computacionais, também podem ser usados na obtenção de propriedades mecânicas desses materiais. São metodologias de avaliação do comportamento de materiais compósitos, mediante a substituição de um material microscopicamente heterogêneo por outro macroscopicamente homogêneo equivalente (Freitas *et al.*, 2003).

O objetivo desse artigo é apresentar uma metodologia para obter, computacionalmente e por homogeneização, o módulo dinâmico, $|E^*|$, e o ângulo de fase, φ , de misturas asfálticas, a partir de sua curva granulométrica e das propriedades mecânicas de seus constituintes (agregados, matriz de agregados finos e volume de vazios). Busca-se, ainda, avaliar o efeito do módulo de elasticidade dos agregados e do volume de vazios sobre a rigidez da mistura, expressa por seu módulo dinâmico.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Modelo viscoelástico linear

A viscoelasticidade é o comportamento apresentado por determinados materiais em que a resposta é dependente do tempo e da taxa da sollicitação durante todo o histórico da sollicitação, apresentando características elásticas e viscosas simultaneamente (Park *et al.*, 1996). Nesses materiais, as relações tensão-deformação podem ser representadas por integrais hereditárias (Schapery, 1984). Quando não se considera o efeito do envelhecimento do material, as integrais hereditárias são integrais de convolução. Para o caso uniaxial, a resposta em tensão para uma sollicitação em deformação é:

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t - \tau) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} d\tau \quad (1)$$

em que: $\sigma(t)$ e $\varepsilon(t)$: são a tensão e a deformação no instante t , respectivamente;
 $E(t)$: módulo de relaxação;
 τ : variável de integração com dimensão de tempo.

O módulo de relaxação é uma propriedade viscoelástica linear dos materiais asfálticos geralmente expressa por séries de potências (Park et al., 1996) ou por funções sigmoidais (Bari e Witczak, 2006). Esses modelos aderem bem a resultados experimentais, mas não facilitam sua interpretação física, por não possuírem análogos mecânicos. Outros modelos apresentam tal analogia, como o 2S2P1D (Di Benedetto et al., 2004) e a série de Prony (Park et al., 1996). Esta última, além de representar o comportamento do modelo mecânico de Wiechert (Maxwell generalizado), possui a propriedade de semi-grupo (Simo e Hughes, 1987) da função exponencial. A referida propriedade permite a resolução numérica incremental da integral de convolução mostrada na Equação (1). O módulo de relaxação para o modelo de Wiechert, escrito em uma série de Prony, é dado por:

$$E(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^m E_i e^{-\frac{t}{\rho_i}} \quad (2)$$

onde m : número de termos da série de Prony;
 ρ_i : tempo de relaxação;
 E_∞ e E_i : constantes de rigidez das molas do modelo mecânico de Wiechert.

2.2. Obtenção do módulo dinâmico usando as constantes da série de Prony

O módulo de armazenamento, E_1 , o módulo de perda, E_2 , e o módulo dinâmico, $|E^*|$, podem ser obtidos utilizando-se as constantes das séries de Prony (Park e Schapery, 1999):

$$E_1(\omega) = E_\infty + \sum_{i=1}^m \frac{\omega^2 \rho_i^2 E_i}{\omega^2 \rho_i^2 + 1} \quad (3)$$

$$E_2(\omega) = \sum_{i=1}^m \frac{\omega \rho_i E_i}{\omega^2 \rho_i^2 + 1} \quad (4)$$

$$|E^*| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (5)$$

em que $\omega = 2\pi f$: frequência angular da solicitação.

2.3. Incrementalização multidimensional da relação constitutiva viscoelástica

Um modo de considerar o comportamento viscoelástico dos materiais em uma formulação que utiliza o Método dos Elementos Finitos é através da utilização de técnicas de recursão aplicadas na avaliação do histórico da solicitação (Taylor et al., 1970). A formulação desenvolvida por Araújo Jr. et al. (2010) baseada na incrementalização das tensões, utiliza a expressão do módulo de relaxação, dada pela série de Prony na Equação (3), e supõe que a taxa de variação da deformação em relação ao tempo seja constante em um pequeno intervalo, Δt . Para o caso multidimensional, em regime viscoelástico linear, as relações tensão-deformação podem ser expressas pela equação:

$$\{\sigma(t)\} = \int_0^t [C(t - \tau)] \left\{ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} \right\} d\tau \quad (6)$$

em que $[C(t)]$ é a matriz constitutiva de relaxação dependente do tempo, das propriedades do material e do modelo de análise escolhido (estado plano de tensões, estado plano de deformações, sólido axissimétrico, etc). Considerando-se material homogêneo e isotrópico, $[C(t)]$ pode ser escrita em função do módulo de relaxação pela equação:

$$[C(t)] = E(t)[A(v)] \quad (7)$$

em que $[A(\nu)]$ é a matriz constitutiva sem o valor do módulo de elasticidade, e cuja forma depende do modelo de análise escolhido. Por exemplo, para estruturas axissimétricas com coeficiente de Poisson, ν , constante, tem-se:

$$[A(\nu)] = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

O incremento de tensões observado no intervalo Δt pode ser escrito como:

$$\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\bar{\sigma}\} + \{\Delta\hat{\sigma}\} \quad (9)$$

em que $\{\Delta\bar{\sigma}\}$ é a parcela imediata dos incrementos de tensão e $\{\Delta\hat{\sigma}\}$ é a parcela retardada dos incrementos de tensão em Δt . A parcela imediata é a resposta elástica associada ao incremento das componentes de deformação, $\{\Delta\varepsilon\}$, ocorridas no intervalo Δt . A parcela retardada é o incremento das componentes de tensão devido ao histórico da sollicitação durante o intervalo de tempo transcorrido desde o início da sollicitação até o instante t .

Na Equação (9), tem-se para a parcela elástica dos incrementos de tensão:

$$\{\Delta\bar{\sigma}\} = \bar{E}[A(\nu)]\{\Delta\varepsilon\} \quad (10)$$

ou ainda,

$$\{\Delta\bar{\sigma}\} = [\bar{C}]\{\Delta\varepsilon\} \quad (11)$$

em que,

$$[\bar{C}] = \bar{E}[A(\nu)] \quad (12)$$

onde $[\bar{C}]$: matriz constitutiva do material no intervalo Δt ;

\bar{E} : módulo tangente (instantâneo) em Δt definido por:

$$\bar{E} = E_\infty + \sum_{i=1}^m \frac{E_i \rho_i}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\rho_i}} \right) \quad (13)$$

Na Equação (9), tem-se para a parcela viscosa dos incrementos de tensão:

$$\{\Delta\hat{\sigma}\} = -[A(\nu)] \sum_{i=1}^m \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\rho_i}} \right) \{S_i(t)\} \quad (14)$$

em que $\{S_i(t)\}$ é um vetor, para cada termo, i , da série de Prony, responsável pela avaliação do histórico da sollicitação até o instante t , calculado recursivamente por:

$$\{S_i(t)\} = e^{-\frac{\Delta t}{\rho_i}} \{S_i(t - \Delta t)\} + E_i \rho_i \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\rho_i}} \right) \{\dot{\varepsilon}(t - \Delta t)\} \quad (15)$$

A Equação (15) fornece o valor de $\{S_i(t)\}$ em função de seu valor no instante (ou passo) anterior, t_{n-1} . A Equação (14), juntamente com a Equação (15), fornece o valor do incremento de tensão viscosa observada no intervalo de tempo, mas devido a todo o histórico da sollicitação desde o instante inicial até o instante atual, t_n . Observa-se que $\{S_i(t)\}$ depende do vetor das taxas de variação das deformações com o tempo, $\{\dot{\varepsilon}(t - \Delta t)\}$, considerado constante em Δt .

2.4 Equação matricial de equilíbrio no regime viscoelástico linear

A formulação do Método dos Elementos Finitos (MEF) foi adaptada para a resolução de problemas estruturais cujos materiais comportem-se no regime viscoelástico linear, adotando-se o procedimento apresentado na Seção 2.3. Nesse regime, a resposta estrutural depende do histórico da sollicitação e de sua taxa de aplicação no tempo (Park e Schapery, 1996). Para isso, é necessária a resolução do problema de equilíbrio, incrementalmente, ao longo do tempo em que se deseja obter a resposta à sollicitação.

Para uma estrutura submetida a uma sollicitação qualquer, as tensões no instante t_{n+1} podem ser obtidas incrementalmente a partir das tensões no instante t_n de acordo com a equação:

onde $\{\sigma\}_n$ e $\{\sigma\}_{n+1}$: vetores das componentes de tensões nos instantes t_n e t_{n+1} , respectivamente;

$\{\Delta\sigma\}$: vetor dos incrementos das componentes de tensões entre os passos n e $n + 1$ ($\Delta t = t_{n+1} - t_n$).

Substituindo-se a Equação (9) na Equação (16), tem-se:

$$\{\sigma\}_{n+1} = \{\sigma\}_n + \{\Delta\hat{\sigma}\} + \{\Delta\bar{\sigma}\} \quad (17)$$

ou ainda,

$$\{\sigma\}_{n+1} = \{\hat{\sigma}\}_{n+1} + \{\Delta\bar{\sigma}\} \quad (18)$$

em que $\{\hat{\sigma}\}_{n+1} = \{\sigma\}_n + \{\Delta\hat{\sigma}\}$ é o vetor das componentes de tensões diferidas. As tensões diferidas podem ser definidas como as tensões “acumuladas” desde o início da sollicitação até instante t_{n+1} , exceto a parcela elástica, $\{\Delta\bar{\sigma}\}$, que ocorre no intervalo Δt .

Da formulação do MEF, a equação de equilíbrio entre as forças nodais externas e as tensões no interior do elemento, no instante t_{n+1} , é dada por:

$$\int_V [B]^T (\{\hat{\sigma}\}_{n+1} + \{\Delta\bar{\sigma}\}) dV = \{f\}_{n+1} \quad (19)$$

em que $\{\Delta\bar{\sigma}\}$ é o vetor dos incrementos de tensões despertadas pelos incrementos de deslocamentos, $\{\Delta u_e\}$, ocorridas no intervalo Δt , sendo dado pela equação:

$$\{\Delta\bar{\sigma}\} = [\bar{C}][B]\{\Delta u_e\} \quad (20)$$

Substituindo-se a Equação (20) na Equação (19), tem-se:

$$\int_V [B]^T [\bar{C}][B] dV \{\Delta u_e\} = (\{f\}_{n+1} - \int_V [B]^T \{\hat{\sigma}\}_{n+1} dV) \quad (21)$$

A Equação (21) pode ser escrita como:

$$[\bar{K}]\{\Delta u_e\} = \{f\}_{n+1} - \{\hat{g}\} \quad (22)$$

em que,

$$\{\hat{g}\} = \int_V [B]^T \{\hat{\sigma}\}_{n+1} dV \quad (23)$$

onde: $[\bar{K}]$: é a matriz de rigidez tangente (instantânea) no instante t_{n+1} ;
 $\{\Delta u_e\}$: é o vetor dos incrementos de deslocamentos nodais ocorridos no intervalo Δt ;
 $\{f\}_{n+1}$: é o vetor das ações nodais devidas à sollicitação no instante t_{n+1} ;
 $\{\hat{g}\}$: é o vetor das ações nodais equivalentes às tensões diferidas;
 $(\{f\}_{n+1} - \{\hat{g}\})$: é o vetor das ações nodais combinadas no instante t_{n+1} .

Observa-se que (21) é uma equação de equilíbrio instantâneo em t_{n+1} , onde aparecem as tensões residuais dadas pelo vetor de tensões diferidas $\{\hat{\sigma}\}_{n+1}$. Dessa forma, a solução do problema viscoelástico é a resolução de sucessivas equações de equilíbrio em instantes espaçados de Δt , tendo, além das ações nodais externas, $\{f\}_{n+1}$, uma ação nodal equivalente às tensões residuais do instante anterior. A Equação (22) é uma equação matricial de equilíbrio entre as ações nodais combinadas, $(\{f\}_{n+1} - \{\hat{g}\})$, e as “forças” nodais internas (estaticamente equivalentes às tensões), despertadas pelos incrementos de deslocamentos nodais, $\{\Delta u_e\}$, ocorridos no intervalo Δt . Após montar e resolver o sistema de equações de equilíbrio global no instante t_{n+1} encontram-se os incrementos de deslocamentos de todos os nós da estrutura e, com a utilização da Equação (20) calculam-se os incrementos de tensões elásticas ocorridas no intervalo de tempo em cada elemento da estrutura.

Deve-se mencionar que para o material elástico presente no compósito, o vetor das componentes de tensões diferidas, $\{\hat{\sigma}\}_{n+1}$, não possui a parcela viscosa ($\{\Delta\hat{\sigma}\} = 0$), mas não pode ser

esquecida na análise incremental. Nesse caso, $\{\hat{\sigma}\}_{n+1}$ é igual ao vetor das componentes de tensão no passo anterior, $\{\sigma\}_n$.

3. METODOLOGIA

Foi desenvolvido nessa pesquisa um programa de elementos finitos para Análise Viscoelástica de Compósitos Particulados (AVCP). A geração da malha é feita com um pré-processador, também desenvolvido, denominado GCPV (Gerador de Corpos de Prova Virtuais). A malha contém elementos que podem ser considerados elásticos (agregados) e outros que podem ser considerados viscoelásticos (MAF). Os vazios são modelados pela exclusão de elementos da MAF e de elementos dos agregados, proporcionalmente à fração de cada um deles na mistura, não alterando, assim, a relação entre o volume de agregados e o volume de MAF no Corpo de Prova Virtual (CPV). Dessa forma, simula-se a realidade onde os vazios são decorrentes da redução do índice de compactação da mistura. Os vazios são gerados aleatoriamente, até atingir o volume de vazios desejado no CPV. A Figura 1 mostra os parâmetros de entrada e os resultados do programa AVCP.

O fracionamento das partículas de agregados no CPV é feito pela comparação entre seu menor diâmetro com as aberturas das peneiras usadas no fracionamento em laboratório. Assim, para cada grupo de elementos que simula uma partícula no CPV, calculam-se oito diagonais e escolhe-se a menor delas para seu menor diâmetro (cf. Figura 2(a)). Por exemplo, se $\#12,7\text{mm} > \text{menor diâmetro da partícula} > \#9,5\text{mm}$, então essa partícula será considerada como retida na peneira $\#9,5\text{mm}$. Os elementos de uma partícula de agregado não estão em contato direto com os elementos de outra partícula, existindo elementos de MAF entre eles. Por não ser o objetivo desse artigo, não será apresentada em maiores detalhes a metodologia utilizada no pré-processador GCPV.

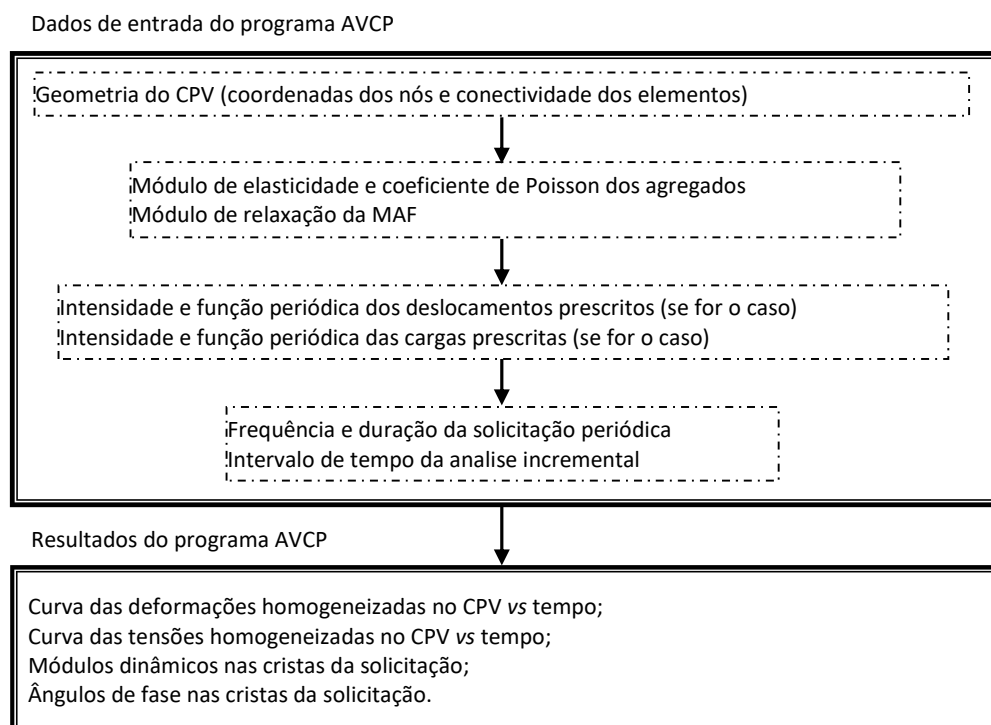


Figura 1: Parâmetros de entrada e resultados do programa AVCP

A formulação com elementos finitos em modelo axissimétrico simula cada elemento como um anel. Para um determinado agregado modelado, por exemplo, vê-se no modelo 2D sua seção transversal, que é a mesma do agregado modelado, porém no modelo axissimétrico esse agregado se comporta como um anel. No entanto, como evidenciado por Fakhari Tehrani (2013), um erro aproximadamente independente da frequência de carregamento é cometido quando se modela o problema 3D como um problema 2D para frações de volume de agregados inferiores a 40%. Sendo assim, mesmo com o erro esperado com o modelo 2D, as influências das propriedades dos constituintes e dos parâmetros de dosagem ainda podem ser obtidas. Deve notar-se que nesta pesquisa, os cálculos das frações de volumes são feitos considerando-se a axissimetria de cada elemento na malha, ou seja, a fração de volume no modelo gerado respeita a fração de volume na mistura (em 3D) a ser modelada.

O procedimento a seguir esclarece a metodologia:

- 1) Utiliza-se o programa GCPV para gerar a malha que modela o CPV, de acordo com os parâmetros de dosagem e a curva granulométrica dos agregados;
- 2) programa AVCP é utilizado para calcular, passo a passo, os incrementos de deslocamentos nodais, e os incrementos de tensões e de deformações nos pontos de integração dos elementos do CPV submetido a cargas ou a deslocamentos prescritos definidos como uma dada função do tempo (carga senoidal, por exemplo);
- 3) Calculam-se, em cada passo, as tensões e as deformações nos pontos de integração de cada elemento do CPV;
- 4) Calculam-se, em cada passo, as médias aritméticas das tensões e das deformações em cada elemento do CPV;
- 5) Calculam-se, em cada passo, as médias ponderadas, relativamente ao volume, das médias aritméticas das tensões e das deformações, obtendo-se as respostas homogeneizadas da solicitação sobre o CPV;
- 6) Estas respostas são, então, utilizadas para obtenção das propriedades homogeneizadas da mistura asfáltica analisada.

4. MATERIAIS, RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para validar a formulação apresentada foi analisado um CPV composto por uma MAC estudada experimentalmente por Freire *et al.* (2017) com as características apresentadas na Tabela 1. Consideram-se pertencentes à MAF os agregados com diâmetros inferiores a 2,0mm. As Tabelas 2 e 3 mostram, respectivamente, as constantes das séries de Prony da MAF e da MAC obtidos experimentalmente por Freire *et al.* (2017) para a temperatura de referência de 20°C. O volume de vazios (V_v) da MAC é 4,0%. Como as constantes da série de Prony da MAF referem-se ao módulo de cisalhamento, G , esses valores foram utilizados para obterem-se as constantes da referida série do módulo longitudinal, E , considerando coeficiente de Poisson igual a zero e MAF isotrópica viscoelástica linear. Decidiu-se adotar coeficiente de Poisson zero ($G = E/2$), por simplicidade. Outro valor, também arbitrário, poderia ser adotado, como, por exemplo, um valor de coeficiente de Poisson próximo a 0,5 ($G = E/3$). Os valores de G e de E são mostrados na Tabela 2.

Tabela 1: % dos agregados e de MAF na mistura e no CPV

Mistura	# 12,7mm	# 9,5mm	# 4,8mm	# 2,0mm	MAF
Freire <i>et al.</i> (2017)	2,00	9,50	27,50	15,10	45,90
GCPV	2,39	9,34	27,56	14,43	46,28

Tabela 2: Módulo de relaxação transversal, G , da MAF obtido experimentalmente para a temperatura de referência de 20°C e constante de Arrhenius $C(K) = 9,35 \times 10^3$ – Freire *et al.* (2017); Módulo de relaxação longitudinal, E , da MAF calculado considerando-se $\nu = 0,0$

i	$\rho_i (s)$	$G_i (MPa)$	$E_i (MPa)$
1	$5,00 \times 10^{-3}$	$2,84 \times 10^3$	$5,68 \times 10^3$
2	$5,00 \times 10^{-2}$	$1,21 \times 10^3$	$2,42 \times 10^3$
3	$5,00 \times 10^{-1}$	$4,66 \times 10^2$	$9,32 \times 10^2$
4	$5,00 \times 10^0$	$1,67 \times 10^2$	$3,34 \times 10^2$
5	$5,00 \times 10^1$	$5,38 \times 10^1$	$1,08 \times 10^2$
6	$5,00 \times 10^2$	$3,17 \times 10^1$	$6,34 \times 10^1$
7	$5,00 \times 10^3$	$8,79 \times 10^0$	$1,76 \times 10^1$
8	$5,00 \times 10^4$	$2,60 \times 10^0$	$5,20 \times 10^0$
-	-	$G_\infty = 9,50 \times 10^0$	$E_\infty = 1,90 \times 10^1$

A estrutura analisada é um CPV cilíndrico com 75mm de raio e 150mm de altura. Com as malhas mostradas na Figura 2 foram calculados os módulos dinâmicos e os respectivos ângulos de fase para as frequências de 0,1; 0,5; 1,0; 2,0; 5,0 e 10,0 Hz para deslocamento senoidal prescrito de amplitude igual a 0,0105mm na face superior e deslocamento nulo na face inferior do CPV, em um modelo axissimétrico. Essa amplitude proporciona uma deformação axial média de 70 $\mu\epsilon$ comumente utilizada no ensaio de módulo complexo. A malha mostrada na Figura 2(a) contém 2329 nós e 3730 elementos lineares T3 e Q4. A simulação computacional do ensaio foi feita com o programa AVCP.

Tabela 3: Módulo de relaxação da MAC obtido experimentalmente para a temperatura de referência de 20°C e volume de vazios de 4,0% - Freire *et al.* (2017)

i	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
1	$1,00 \times 10^{-7}$	$1,99 \times 10^3$
2	$1,00 \times 10^{-6}$	$3,18 \times 10^3$
3	$1,00 \times 10^{-5}$	$3,52 \times 10^3$
4	$1,00 \times 10^{-4}$	$5,13 \times 10^3$
5	$1,00 \times 10^{-3}$	$6,45 \times 10^3$
6	$1,00 \times 10^{-2}$	$5,23 \times 10^3$
7	$1,00 \times 10^{-1}$	$6,11 \times 10^3$
8	$1,00 \times 10^0$	$3,33 \times 10^3$
9	$1,00 \times 10^1$	$1,23 \times 10^3$
10	$1,00 \times 10^2$	$2,95 \times 10^2$
11	$1,00 \times 10^3$	$4,12 \times 10^1$
-	-	$E_\infty = 1,50 \times 10^{-4}$

Na etapa de verificação, foi analisado um CPV constituído somente de MAF. A malha utilizada nesta análise, formada por 72 elementos quadráticos Q8, é mostrada na Figura 2(b).

Os módulos dinâmicos e os ângulos de fase obtidos na simulação são mostrados na Tabela 4, na qual também são mostrados os valores obtidos utilizando-se as Equações (3), (4) e (5) e as constantes da série de Prony dadas na Tabela 2. Observando-se a Tabela 4, nota-se a quase coincidência dos resultados da simulação com os valores teóricos. Esses resultados são também mostrados na Figura 5, validando a formulação para a análise de materiais homogêneos no regime viscoelástico linear. A Figura 3 mostra, de forma ilustrativa, as curvas de deformação e de tensão normais na direção y (vertical), homogeneizadas no CPV, despertadas pelos primeiros ciclos da solicitação para a frequência de 0,1 Hz. Mostra também as curvas dos módulos dinâmicos e ângulos de fase calculados nas cristas das curvas de tensão e de deformação de acordo com as equações: $|E^*| = \sigma_{max}/\epsilon_{max}$ e $\varphi = 2 \pi f \Delta t_0$ (Δt_0 é o intervalo de tempo entre as cristas

de tensão e de deformação sucessivas). Os módulos dinâmicos e os ângulos de fase mostrados na tabela são os valores obtidos na última crista da simulação, onde já se pode considerar o estado estacionário das respostas, verificado nas análises.

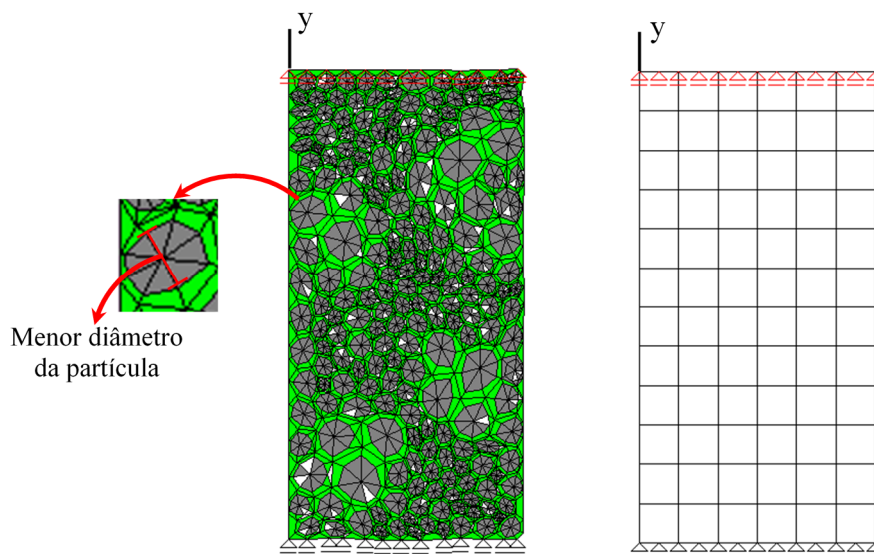


Figura 2: Malhas com condições de contorno

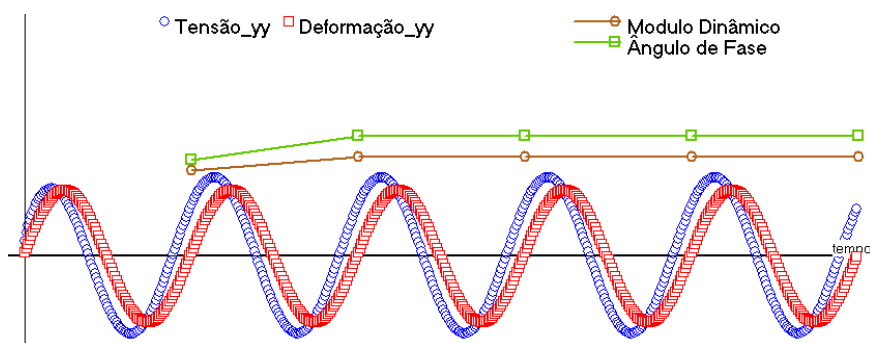


Figura 3: Deformação e tensão normais na direção y, homogeneizadas no CPV de MAF para a frequência de 0,1 Hz e para a temperatura de 20°C

Ainda na etapa de verificação, utilizando-se a malha da Figura 2(a), foi calculado o módulo dinâmico da mistura considerando-se o módulo de elasticidade do agregado, E_{agr} , igual ao módulo dinâmico da MAF, para cada frequência. Nesse caso, o volume de vazios foi considerado zero, para comparar-se o resultado dessa simulação com os da simulação da MAF (homogênea), que possui teoricamente $V_v = 0\%$. A Tabela 5 mostra os resultados dessa simulação. Comparando-se $|E^*|_{MAF}$ com os respectivos valores dos módulos dinâmicos da MAC (coluna 6 da Tabela 5) observa-se outra quase coincidência dos resultados obtidos. Isso era esperado, pois ao utilizarem-se como módulo de elasticidade dos agregados, E_{agr} , os valores dos módulos dinâmicos da MAF, $|E^*|_{MAF}$, simula-se a própria MAF, utilizando-se a malha da Figura 2(a), verificando-se o cálculo de material heterogêneo. Quanto aos ângulos de fase, os valores diminuem, pois o agregado continua sendo um material elástico com a rigidez adaptada para o módulo dinâmico da MAF ($E_{agr} = |E^*|_{MAF}$). Essa verificação mostra que, para efeito da análise de am-

plitude em carregamento senoidal, os materiais viscoelásticos podem ser simulados como materiais elásticos, desde que o módulo de elasticidade seja considerado igual ao módulo dinâmico do material viscoelástico, para a frequência da solitação e temperatura dadas.

Tabela 4: Módulos dinâmicos e ângulos de fase da MAF para a temperatura de 20°C

Solicitação			Simulação		Com as Equações (3), (4), (5)	
Frequência (Hz)	Duração (s)	Incremento Δt (s)	MAF (homogênea)		MAF	
			$ E^* $ (MPa)	φ (°)	$ E^* $ (MPa)	φ (°)
0,1	60	0,001	756	37	758	37
0,5	60	0,001	1557	35	1558	35
1,0	30	0,001	1983	35	1983	35
2,0	15	0,001	2688	37	2688	36
5,0	6	0,001	3902	31	3902	31
10,0	3	0,001	4803	29	4802	29

Tabela 5: Módulos dinâmicos e ângulos de fase da MAF e da mistura considerando o módulo de elasticidade do agregado igual ao módulo dinâmico da MAF para cada frequência ($E_{agr} = |E^*|_{MAF}$) e volume de vazios igual a zero para a temperatura de 20°C

Solicitação			Respostas das simulações			
Frequência Hz	Duração (s)	Incremento Δt (s)	MAF (homogênea)		MAC ($E_{agr} = E^* _{MAF}$)	
			$ E^* $ (MPa)	φ (°)	$ E^* $ (MPa)	φ (°)
0,1	60	0,001	756	37	755	17
0,5	60	0,001	1557	35	1557	16
1,0	30	0,001	1983	35	1985	16
2,0	15	0,001	2688	37	2689	17
5,0	6	0,001	3902	31	3904	14
10,0	3	0,001	4803	29	4804	14

Tabela 6: Módulos dinâmicos e ângulos de fase da MAC calculados com as Equações (3), (4) e (5), utilizando-se o módulo de relaxação longitudinal da Tabela 3.

Frequência (Hz)	$ E^* $ (MPa)	φ (°)
0,1	3277	40
0,5	5922	30
1,0	7516	29
2,0	9568	25
5,0	11492	18
10,0	12931	17

Para avaliar a influência da rigidez dos agregados sobre o módulo dinâmico da MAC, foram considerados os módulos de elasticidade dos agregados iguais a 36500 MPa, 50000 MPa, 63500 MPa e 77000 MPa com volume de vazios de 4,0%. Os resultados são mostrados na Figura 4(a). Observa-se que a rigidez da mistura em função da rigidez dos agregados apresenta um comportamento visivelmente não linear à medida que a frequência da solitação aumenta. O aumento na rigidez dos agregados interfere muito pouco na rigidez da mistura. Isso pode ser explicado pela grande diferença entre a rigidez dos agregados e a rigidez da MAF, exercendo, essa última, forte influência sobre a rigidez da mistura. Como dito anteriormente, as partículas de agregados não estão em contato direto entre si, existindo MAF entre elas. Na realidade, é provável que, pelo menos a baixas temperaturas e altas frequências, onde a mistura se comporta de maneira quase elástica, a rigidez dos agregados se torne importante para a rigidez da mistura. Como as simulações foram realizadas a temperaturas e frequências intermediárias, os agregados funcionam como inclusões sólidas num meio viscoelástico, modificando apenas o campo de tensões e deformações na MAF, sendo este o mecanismo de influência no módulo da mistura completa.

Deve-se dizer, ainda, que não se considera a mudança de rigidez dos agregados que formam a MAF. Ao aumentar-se em 111% a rigidez do agregado (gráudo), mantendo-se inalterada a rigidez da MAF, o aumento na rigidez da mistura é de apenas 3,3% para a frequência de 0,1 Hz e temperatura de 20°C.

Utilizou-se a curva associada à frequência de 5 Hz para estimar o valor de E_{agr} para a mistura estudada. A equação da linha de tendência dessa curva é $|E^*| = 0,0363 E_{agr} + 9005$. Para $E_{agr} = 68500$ MPa, obtém-se $|E^*| = 11491$ MPa, muito próximo ao valor da Tabela 6. Assim, foi adotado $E_{agr} = 68500$ MPa. Com esse valor foi avaliada a influência do volume de vazios sobre a rigidez da mistura. Os resultados são mostrados na Figura 4(b). Na MAC analisada, a redução no valor de $|E^*|$ é da ordem de 0,3% ao se aumentar Vv de 2,0% para a frequência de 10 Hz. A influência do volume de vazios sobre a rigidez da mistura é mais significativa para as frequências mais altas. Deve-se mencionar que os módulos dinâmicos mostrados nas Figuras 4(a) e 4(b) foram calculados mantendo-se a mesma distribuição de vazios no CPV, para cada percentagem de volume de vazios considerada.

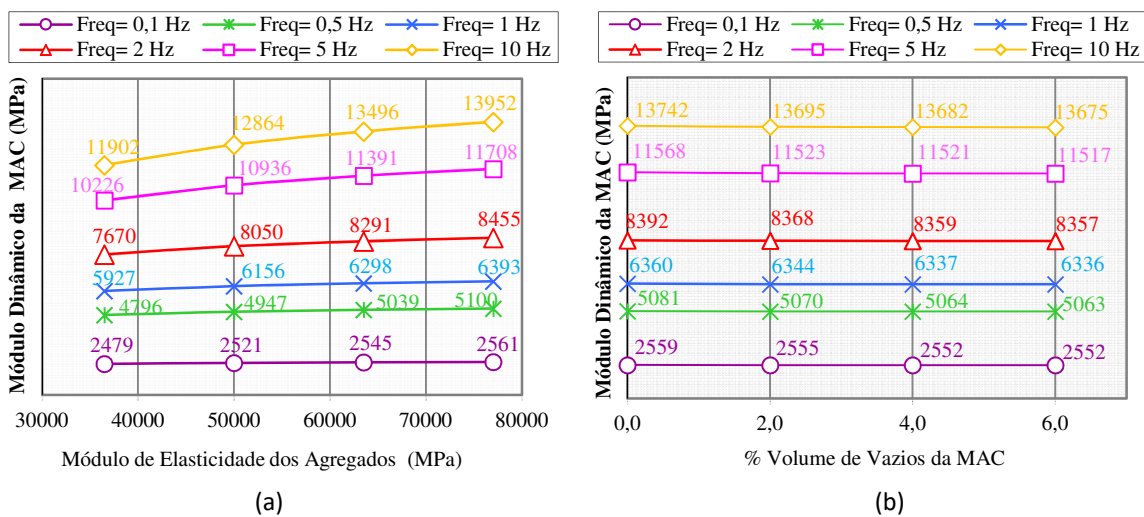


Figura 4: Módulos dinâmicos da MAC para a temperatura de 20°C

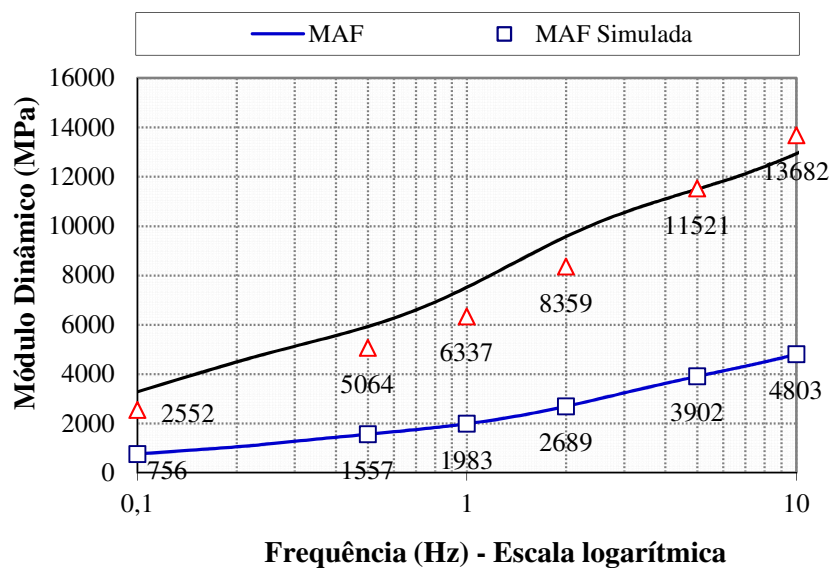


Figura 5 - $|E^*|$ da MAF e da MAC para $E_{agr} = 68500$ MPa e Vv= 4,0% para a temperatura de 20°C

A Figura 5 mostra as curvas de $|E^*|$ da MAF e da MAC, obtidas com as Equações (3), (4) e (5) e as séries de Prony das Tabelas 2 e 3, respectivamente. São mostrados também os valores de $|E^*|$ obtidos nas simulações da MAF, e da MAC com $E_{agr} = 68500$ MPa e $V_v = 4,0\%$. Comparando-se os valores de $|E^*|$, obtidos na simulação da MAC, com os respectivos valores da Tabela 6, observa-se que os primeiros são ligeiramente menores (por volta de 15%) nas frequências mais baixas e ligeiramente maiores (6%) na frequência de 10 Hz. Observa-se na Figura 5 que os módulos dinâmicos obtidos nas simulações da MAC apresentam a mesma tendência da curva experimental.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi desenvolvido, verificado e validado, para materiais asfálticos, um programa de elementos finitos para análise viscoelástica linear de compósitos, considerando-se suas heterogeneidades (considerando-se agregados elásticos envolvidos por uma MAF viscoelástica). O programa foi utilizado para calcular os módulos dinâmicos e os ângulos de fase de uma mistura asfáltica para diversas frequências de uma solicitação periódica. Os resultados demonstram a precisão dos valores obtidos nas análises de materiais viscoelásticos homogêneos. O programa simula coerentemente o comportamento de misturas viscoelásticas heterogêneas. O programa é uma ferramenta versátil para o estudo da influência das propriedades dos constituintes das misturas asfálticas sobre seu comportamento mecânico, como evidenciado pelo estudo paramétrico do efeito do volume de vazios e do módulo dos agregados na rigidez da mistura. Como perspectiva futura, pretende-se incorporar na análise outros efeitos, como a perda de rigidez do material na simulação do ensaio de fadiga. Assim, espera-se obter a curva de integridade da mistura a partir da curva de integridade da MAF, das demais propriedades mecânicas dos constituintes da mistura e dos seus parâmetros de dosagem.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Reuber Arrais Freire por sua disponibilidade em organizar os dados experimentais, à Universidade Federal do Cariri (UFCA), à Fundação Cearense de Amparo à Pesquisa (FUNCAP) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

REFERÊNCIAS

- ALLEN, D. H.; LITTLE, D. N.; SOARES, R. F.; BERTHLOT, C. (2015) Multi-scale computational model for design of flexible pavement. Part III: Contracting multi-scaling. *International Journal of Pavement Engineering*.
<https://doi.org/10.1080/10298436.2015.1066001>
- BARI, J.; WITCZAK, M. W. (2006) Development of a new revised version of the Witczak E^* Predictive Model for hot mix asphalt mixtures. *Journal of Asphalt Paving Technologists, Proceedings of the Annual Meeting, Association of Asphalt Paving Technologists*, v. 75, p. 381-424.
- BRINSON, H. F.; BRINSON, L. C. (2008) *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity*. Springer. ISBN 978-0-387-73860-4, e-ISBN 978-0-387-73861-1. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7485-3>
- DI BENEDETTO, H.; OLARD F.; SAUZÉAT, C.; DELAPORTE, B. (2004) Linear viscoelastic behaviour of bituminous materials: from binders to mixes. *International Journal of Road Materials and Pavement Design*, 5 (SI), p. 163-202.
<https://doi.org/10.1080/14680629.2004.9689992>
- TEHRANI, F. F.; ABSI, J.; ALLOU, F.; PETIT, C. (2013) Investigation into the impact of the use of 2D/3D digital models on the numerical calculation of the bituminous composites' complex modulus. *Computational Materials Science*, 79, 377-389.
<https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2013.05.054>
- FREITAS, F. A. C.; SOARES, J. B.; SOUZA, F. V. (2003) Princípios de Homogeneização Aplicados em uma Mistura Asfáltica Considerada como um Compósito Elástico. *Anais do XVII Congresso da ANPET, Rio de Janeiro, RJ*. https://researchgate.net/publication/265985875_PRINCIPIOS_DE_HOMOGENEIZACAO_APLICADOS_EM_UMA_MISTURA_ASFALTICA_CONSIDERADA_COMO_COMPOSITO_ELASTICO.
- FREIRE, R. A.; BABADOPULOS, L. F. A. L.; CASTELO BRANCO, V. T. F.; BHASIN A. (2017) Aggregate Maximum Nominal Sizes' Influence on Fatigue Damage Performance Using Different Scales. *Journal of Materials in Civil Engineering*, v. 29.
[https://doi.org/10.1061/\(asce\)mt.1943-5533.0001912](https://doi.org/10.1061/(asce)mt.1943-5533.0001912)

- HINTERHOELZL, R. M.; SCHAPER, R. A. (2004) FEM Implementation of a Three-Dimensional Viscoelastic Constitutive Model for Particulate Composites with Damage Growth. *Mechanics of Time-Dependent Materials*. v. 8, p. 65-94 .
<https://doi.org/10.1023/b:mtdm.0000027683.06097.76>.
- PARK, S. W.; KIM, Y. R.; SCHAPER, R. A. (1996) A viscoelastic continuum damage model and its application to uniaxial behavior of asphalt concrete. *Mechanics of Materials* v. 24, p. 241–255. [https://doi.org/10.1016/s0167-6636\(96\)00042-7](https://doi.org/10.1016/s0167-6636(96)00042-7).
- PARK, S. W.; SCHAPER, R. A. (1999) Methods of Interconversion between Linear Viscoelastic Material Functions, Part I - A Numerical Method based on Prony Series. *International Journal of Solid and Structures*, v. 36, p. 1653-1675.
[https://doi.org/10.1016/s0020-7683\(98\)00055-9](https://doi.org/10.1016/s0020-7683(98)00055-9)
- ARAÚJO Jr, PEDRO, C.; Soares, J. B.; Holanda, A. S.; Parente Jr, E.; Evangelista Jr, F. (2010) Dynamic Viscoelastic Analysis of asphalt Pavements using a Finite Element Formulation. *Road Materials and Pavement Design*. v. 11, p. 409–433.
<https://doi.org/10.1080/14680629.2010.9690282>.
- SCHAPER, R. A. (1984) Correspondence principles and a generalized J integral for large deformation and fracture analysis of viscoelastic media. *International Journal of Fracture* v. 25, p. 195–223. <https://doi.org/10.1007/bf01140837>.
- SIMO, J. C. (1987) On a Fully Three-Dimensional Finite-Strain Viscoelastic Damage Model: Formulation and Computational Aspects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* v. 60, p. 153–173. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(87\)90107-1](https://doi.org/10.1016/0045-7825(87)90107-1)
- TAYLOR, R. L.; PISTER, K. S.; GOUDREQU, G. L. (1970) Thermomechanical analysis of viscoelastic solids. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. v. 2, p. 45-59. <https://doi.org/10.1002/nme.1620020106>.