

Uma heurística integrada baseada na metaheurística busca dispersa para problemas de roteirização de veículos com coleta e entrega simultâneas no contexto da Força Aérea Brasileira

Antonio Célio Pereira de Mesquita¹ e Cláudio Barbieri da Cunha²

Resumo: Este trabalho apresenta uma proposta de solução para um problema da Força Aérea Brasileira (FAB), que consiste em definir os roteiros de transporte com coleta e entrega simultâneas a partir de um terminal central localizado no Rio de Janeiro, considerando frota homogênea com restrição de capacidade de peso das aeronaves. É proposto um método de solução baseado na metaheurística Busca Dispersa integrada com a metaheurística Descida em Vizinhaça Variável como método de melhoria de soluções. O mesmo foi aplicado a uma instância real do problema da FAB e a três conjuntos de problemas-teste da literatura, tendo apresentado resultados indicativos de que é competitivo com outras abordagens de solução para esse problema considerando as mesmas restrições.

Palavras-chave: roteirização com coleta e entrega; busca dispersa; Força Aérea.

Abstract: In this paper we present a solution algorithm for a problem that arises in the Brazilian Air Force (FAB), which consists in defining the simultaneous pickup and delivery routes for the transport of goods from a distribution center in Rio de Janeiro, considering a homogeneous fleet subject to weight capacity constraints of the aircrafts. The proposed algorithm is based in the Scatter Search metaheuristic integrated with the Variable Neighborhood Descent meta-heuristic used as a solution improvement method. This algorithm was applied to a real problem faced by FAB and to three problem sets found in the literature, as well. The results evidence that the proposed method is competitive with other solution approaches for the problem considering the same restrictions.

Keywords: routing with pickup and delivery; scatter search; Brazilian Air Force.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho aborda o problema de elaboração de programações de transporte no sistema de distribuição de materiais da Força Aérea Brasileira (FAB) a partir de uma base (Rio de Janeiro) utilizando uma frota de aeronaves do tipo C-130 (Hércules), com restrições de peso máximas da carga transportada em cada uma das aeronaves utilizadas.

A FAB adquire suprimentos nas principais capitais do país e no exterior para atender as necessidades de cerca de 380 organizações militares distribuídas em todo o território nacional, e precisa que esses materiais sejam entregues nas organizações solicitantes dentro dos prazos previstos e que outros materiais sejam recolhidos para manutenção nas empresas do suporte logístico contratado. Esse transporte é realizado principalmente por meio das aeronaves C-130 (Hércules) e pode atender cerca de 100 locais de entrega/coleta a partir da cidade do Rio de Janeiro.

As informações sobre as demandas de entrega/coleta estão disponíveis no sistema de informações de carga da FAB. Essas informações contemplam as dimensões das cargas paletizadas, seus pesos e o tipo de material (bélico, fardamento, peças de aviação, combustíveis, lubrificantes, etc.). Uma análise da série histórica dos dados contidos nesse sistema permitiu verificar que as cargas de maior pri-

oridade e urgência, e que requerem transporte pelo modal aéreo, são densas (i.e. mais pesadas e pouco volumosas), o que, na maioria dos casos, acarreta a lotação das aeronaves por peso, sem que a capacidade volumétrica tenha sido atingida. Tipicamente, os materiais mais volumosos acabam sendo, coincidentemente, os de menor prioridade ou incompatíveis com o transporte aéreo, sendo transportados por via terrestre, na sua maioria. Em vista disto e visando reduzir a complexidade do problema a ser resolvido, decidiu-se considerar, neste trabalho, somente a capacidade em peso das aeronaves que realizam esse serviço de transporte, uma vez que o peso máximo é uma restrição importante das aeronaves nas operações de pouso e decolagem.

O sistema de informações de carga da FAB proporciona boa visibilidade das demandas de transporte, pois o operador de cada local de entrega/coleta cadastra os dados das cargas existentes. Ocorre que, devido à grande quantidade de informações disponíveis na tela do gestor do terminal de cargas do Rio de Janeiro e à complexidade do problema, não se consegue elaborar uma programação do transporte adequada, voltada para a prontidão e eficiência da distribuição de materiais da FAB.

Programações de transporte ineficientes certamente resultam em custos elevados decorrentes da definição de mais roteiros do que o necessário, requerendo, conseqüentemente, mais aeronaves (que não podem ser então alocadas a outros serviços), e em seqüências não otimizadas de aeroportos a serem visitados, levando a distâncias a serem percorridas maiores que as necessárias. Deve-se destacar que, no caso do transporte aéreo, distâncias e tempos de voo guardam correlação considerada adequada para a finalidade de planejamento, além de não depender do modelo de aeronave alocada ao serviço; ou seja, se a FAB por ventura optar por substituir os C-130 por outro tipo de aeronave, o siste-

¹ Antônio Célio Pereira de Mesquita, Instituto de Logística da Aeronáutica, Guarulhos, SP, Brasil. (e-mail: celiomesquita@usp.br).

² Cláudio Barbieri da Cunha, Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil. (e-mail: cbcunha@usp.br).

Manuscrito recebido em 22/3/2010 e aprovado para publicação em 3/4/2011. Este artigo é parte de TRANSPORTES v.19, n.1, 2011. ISSN: 2237-1346 (online).

ma não precisa ser atualizado com os novos tempos. Adicionalmente, os tempos de parada em solo nos aeroportos sendo atendidos independem do roteiro (ou sequência) seguido pela aeronave. Para a FAB, os tempos passariam a ser críticos em hipótese de conflito armado ou em situações de calamidade pública.

A fim de evitar a geração de programações de transporte ineficientes deve-se adotar um processo decisório racional. Isto é particularmente importante quando estão em jogo elevados custos com combustíveis, lubrificantes, manutenção e operação das frotas de veículos, eventuais custos com terceirização de transporte e prejuízo eventual às operações da FAB por falha na entrega de algum material. Mais especificamente, essas programações de transporte estabelecem os roteiros de entrega e coleta de materiais a serem realizadas simultaneamente em cada local de entrega/coleta a partir de um centro de distribuição, considerando-se frota de veículos homogênea. Tal problema é conhecido na literatura como o Problema de Roteirização de Veículos com Coletas e Entregas Simultâneas (PRVCES).

O PRVCES é um problema de otimização combinatória comprovadamente NP-difícil (Anilly, 1996). Devido à complexidade computacional, métodos de solução exatos são impraticáveis para a resolução de instâncias reais encontradas na prática, levando à necessidade do uso de heurísticas para a sua solução, assim como à exclusão de restrições não essenciais. Assim, propõe-se uma heurística integrada, baseada na metaheurística Busca Dispersa (do inglês *Scatter Search*, SS ou BD) em conjunto com a metaheurística Descida em Vizinhança Variável (do inglês *Variable Neighborhood Descent*, VND) para solucionar o PRVCES. O algoritmo foi validado por meio de problemas-teste existentes na literatura e comparando-se os resultados obtidos com os alcançados por outros autores utilizando instâncias do PRVCES sujeitas às mesmas restrições.

Deve-se destacar que, embora existam regras específicas que definem o acondicionamento e a eventual necessidade de transporte em separado dos diferentes tipos de materiais, as mesmas não foram consideradas no âmbito do presente trabalho. Entende-se que a FAB, ao definir as cargas a serem transportadas nas aeronaves, já faz uma pré-seleção das mesmas, considerando não só a compatibilidade dos materiais transportados, como também as prioridades/urgências, de modo que o conjunto de cargas a serem coletadas/entregues não apresenta eventuais restrições de compatibilidade que pudessem interferir na sequência de bases a serem visitadas por cada uma das aeronaves.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na seção 2 é apresentada a revisão da bibliografia; na seção 3 é detalhada a formulação matemática proposta para o PRVCES; já na seção 4, descreve-se a estratégia de solução adotada para o PRVCES; na seção 5, os resultados dos experimentos computacionais realizados para ajustes e validação do método desenvolvido; e, na seção 6, apresentam-se as conclusões e as recomendações de estudos posteriores visando estender este trabalho para abranger mais características do problema real da FAB.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um dos primeiros trabalhos sobre o PRVCES é o de Min (1989), que propôs uma heurística clássica de agrupar primeiro e roteirizar depois para solucionar um problema rela-

tivo a um sistema de distribuição para bibliotecas públicas e considerando exatamente dois veículos de igual capacidade.

Salhi e Nagy (1999) propuseram uma heurística construtiva, que consiste basicamente em construir uma solução parcial, contendo somente clientes de entrega e em seguida inserir clientes de coleta segundo diferentes critérios de inserção até produzir uma solução completa. Dethloff (2001) modificou a abordagem desses autores e desenvolveu um algoritmo construtivo baseado no conceito de inserção mais barata.

Crispim e Brandão (2005) apresentaram um algoritmo híbrido composto da metaheurística Busca Tabu (BT) e da metaheurística VND na solução de Problemas de Roteirização de Veículos (PRV) com entrega e coleta realizadas de forma mista e de forma simultânea. Montané e Galvão (2006) também implementaram a metaheurística BT para resolver especificamente o PRVCES com frota homogênea.

Gökçe (2004) implementou a metaheurística Colônia de Formigas para solução do PRVCES, tendo obtido o excepcional resultado de 89 milhas para o problema de Min (1989), cujo melhor resultado conhecido até essa data era de 91 milhas obtido por Dethloff (2001). Gajpal e Prakash (2009) também utilizaram a metaheurística Colônia de Formigas na solução de PRVCES.

Chen e Wu (2006) propuseram uma heurística de inserção híbrida com listas tabu e com uma metodologia por estes denominada de *record-to-record travel*, uma variante da técnica *Simulated Annealing*. Esse método gerou resultados para os problemas de Salhi e Nagy (1999) bastante semelhantes aos resultados obtidos por Montané e Galvão (2006) para esses mesmos problemas e sujeito às mesmas restrições.

Bianchessi e Righini (2007) propuseram uma metaheurística semelhante à Busca Tabu Adaptativa de Montané e Galvão (2006) na qual se destaca o ajuste dinâmico dos parâmetros da BT. Subramanian e Cabral (2008) propuseram um procedimento baseado na metaheurística Busca Local Iterativa (*Iterated Local Search*, ILS) que utiliza a metaheurística VND como método de melhoria de soluções.

Zachariadis *et al.* (2009) propuseram uma abordagem híbrida de solução para o PRVCES incorporando a lógica de duas metaheurísticas bem conhecidas e reconhecidas como eficazes para solucionar praticamente todas as variantes de problemas de roteirização, a BT e a Busca Local Dirigida (*Guided Local Search*). Mine *et al.* (2009) propuseram resolver o PRVCES com um algoritmo heurístico híbrido, denominado *GENILS*, baseado nas técnicas *ILS*, *VND* e o método *GENIUS* desenvolvido por Gendreau, Hertz e Laporte (1992).

Sosa *et al.* (2008) resolveram várias instâncias do PRVCES utilizando a busca dispersa e investigaram o comportamento de quatro diferentes métodos de geração das soluções diversas de partida da busca dispersa baseados em GRASP (Feo e Resende, 1995) e nas heurísticas de Beasley (1983), de varredura de Wren e Holliday (1972) e de economias de Clarke e Wright (1964).

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O Problema de Roteirização de Veículos com Coletas e Entregas Simultâneas (PRVCES) é uma extensão do problema clássico de roteirização de veículos em que podem ser realizadas tanto coletas quanto entregas ao longo do roteiro de

cada veículo. A variante aqui considerada é a que todas as cargas a serem entregues têm origem na base (ou depósito) de onde partem os veículos, assim como as cargas coletadas se destinam exclusivamente ao mesmo depósito, para onde retornam os veículos ao final da sua jornada, a mesma considerada por Salhi e Nagy (1999), Montané e Galvão (2006) e Sosa *et al.*(2008). A literatura dos problemas de coleta e entrega considera outras variantes, tais como a que as coletas só podem ser iniciadas após todas as entregas alocadas ao veículo terem sido realizadas, e o caso mais geral em que é possível transportar cargas entre pontos do roteiro.

Um elemento crítico do PRVCES é que as coletas e entregas precisam ser realizadas simultaneamente pelo mesmo veículo. Isto ocorre porque a inserção de um cliente em qualquer ponto de um roteiro precisa ser precedida de uma verificação do seu impacto na viabilidade física desse roteiro; em outras palavras, a demanda de entrega do cliente candidato à inserção precisa ser menor do que a folga na capacidade do veículo ao sair da base e a demanda de coleta deste cliente precisa ser menor do que a folga na capacidade do veículo no último cliente visitado subtraído do que seria entregue no cliente candidato.

O problema pode ser formulado como se segue (Gökçe, 2004). Sejam os conjuntos: N (o conjunto de todos os nós, os clientes e a base.); C (conjunto dos clientes); e V (o conjunto de veículos). Sejam os parâmetros: Q (a capacidade do veículo); n (o número de clientes); D_{iv} (a demanda total de entregas remanescentes ainda a bordo do veículo $v \in V$ após atender o cliente $i \in C$); P_{iv} (a quantidade coletada pelo veículo $v \in V$ até chegar ao cliente $i \in C$, inclusive); e l_{ij} (a distância entre o vértice $i \in C$ e o vértice $j \in C$); d_i e p_i , respectivamente, as quantidades entregues (“delivered”) e coletadas (“picked up”) no nó i . Sejam as variáveis de decisão: $x_{ij}^v = 1$, se cliente $j \in C$ é atendido imediatamente após o cliente $i \in C$ pelo veículo $v \in V$, caso contrário $x_{ij}^v = 0$. Seja $G(N, A)$ um grafo direcionado.

O conjunto $N = \{0, 1, 2, \dots, n, n+1\}$ denota os vértices do grafo, sendo que os vértices $i=0$ e $i=n+1$ indicam, respectivamente, as bases de partida e chegada das aeronaves, enquanto que os pontos a serem visitados são dados por $i = 1, 2, \dots, n$. O conjunto A define os arcos (i, j) que representam as conexões entre a base e os clientes e também entre clientes. Nenhum arco termina no vértice 0 e nenhum arco se origina no vértice $(n+1)$.

Seja $R = \{i_0, i_1, \dots, i_c\}$ um caminho elementar em G , onde i_0 corresponde $R = \{0 = i_0, i_1, \dots, i_c, i_{c+1} = n+1\}$, com c clientes. Uma solução viável para o problema pode ser representada por um conjunto de caminhos elementares originados em 0 e terminados $(n+1)$. Esses caminhos visitam cada cliente exatamente uma vez satisfazendo as restrições de capacidade dos veículos. Ou seja, a soma da demanda de coletas já atendidas (P_{iv}) com as quantidades a serem entregues (D_{iv}) não pode exceder a capacidade do veículo. O objetivo é minimizar a distância total percorrida pelos veículos.

A formulação matemática é apresentada a seguir:

$$\text{Min} \sum_{v \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ij}^v \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{v \in V} \sum_{i \in N} x_{ij}^v = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ih}^v - \sum_{j \in N} x_{hj}^v = 0 \quad \forall h \in C, \forall v \in V \quad (3)$$

$$D_{iv} + P_{iv} \leq Q \quad \forall v \in V, \forall i \in C \quad (4)$$

$$D_{(n+1)v} = 0 \quad \forall v \in V \quad (5)$$

$$P_{(n+1)v} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{ij}^v p_i \quad \forall v \in V \quad (6)$$

$$D_{0v} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{ij}^v d_i \quad \forall v \in V \quad (7)$$

$$P_{0v} = 0 \quad \forall v \in V \quad (8)$$

$$x_{ij}^v (P_i^v + p_j - P_j^v) = 0 \quad \forall i, j \in C, \forall v \in V \quad (9)$$

$$x_{ij}^v (D_i^v + d_j - D_j^v) = 0 \quad \forall i, j \in C, \forall v \in V \quad (10)$$

$$D_i^v \geq 0 \quad \forall i \in C, \forall v \in V \quad (11)$$

$$P_i^v \geq 0 \quad \forall i \in C, \forall v \in V \quad (12)$$

$$x_{ij}^v \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in C, \forall v \in V \quad (13)$$

A função objetivo (1) visa minimizar a distância total percorrida pelos veículos. Esta função objetivo difere das propostas por Nagy e Salhi (2005), Crispim e Brandão (2005) e Röpkke e Pisinger (2006), que consideraram minimizar a frota necessária e, em seguida, a distância percorrida. Entretanto, no problema real da FAB que inspirou o presente problema, as aeronaves estão disponíveis, não incorrendo custo fixo decorrente da sua utilização. As restrições (2) garantem que cada cliente seja atendido exatamente uma vez. Já as restrições (3) garantem que se um veículo chega a um cliente h o mesmo veículo deixa esse cliente. O conjunto de restrições (4) estabelece os limites de capacidade dos veículos. As restrições (5) e (6) garantem que quando os veículos retornam à base, eles tenham realizado todas as entregas e estejam carregados com todas as cargas coletadas. Por outro lado, o conjunto das restrições (7) e (8) estabelecem que cada veículo deixe a base carregado com todos os itens a serem distribuídos. O conjunto de equações não-lineares (9) e (10) estabelecem que se $x_{ij}^v = 1$, ou seja, o cliente j é visitado imediatamente após o cliente i pelo veículo v , a quantidade total coletada até j (P_j^v) aumentará de p_j e a quantidade entregue até j (D_j^v) diminuirá de d_j . Finalmente, as restrições (11) e (12) denotam as restrições de não negatividade, enquanto que as restrições (13) impõem que as variáveis x_{ij}^v sejam binárias.

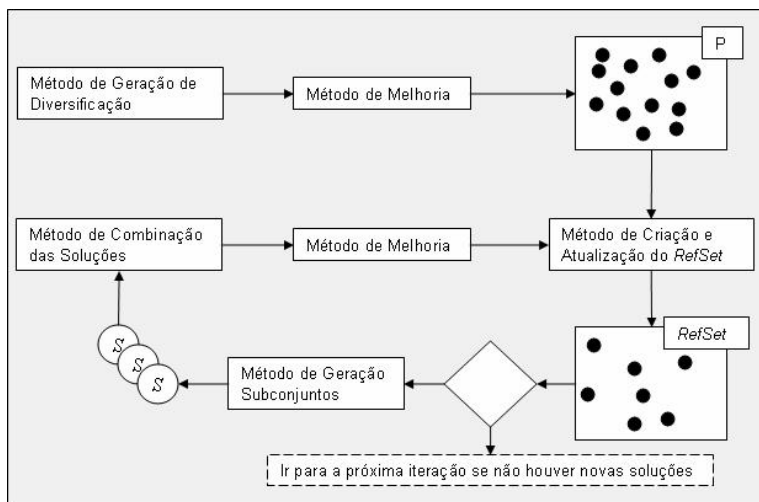


Figura 1. Esquema da metaheurística Busca Dispersa [Fonte: Martí e Laguna (2003)]

4. ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

A estratégia de solução proposta para o PRVCEs baseia-se na metaheurística Busca Dispersa (BD) de maneira integrada com a metaheurística Descida em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Descent, VND*), utilizada como método de melhoria das soluções.

A BD é uma metaheurística cuja concepção inicial foi proposta por Fred Glover em 1977. Essa metaheurística teve seu desenvolvimento e aplicações paralisadas por cerca de 20 anos. Contudo, nos últimos doze anos, o interesse da pesquisa acadêmica pelo método foi intensificado, tendo sido classificada por Rego e Leão (2002) como um método de busca evolucionária, ou método baseado em população, tal qual o algoritmo genético, embora haja significativa diferença entre esses métodos, principalmente com relação ao uso da aleatoriedade, inexistente na maioria das implementações da BD.

Segundo Glover (1998), a estratégia da BD consiste em gerar um conjunto de soluções dispersas no espaço de soluções a partir de um determinado conjunto de soluções de referência. Isto é realizado por meio de combinações lineares entre as soluções do conjunto de referência *RefSet*. Este método consiste basicamente dos cinco passos descritos a seguir (Glover, 1998):

Passo 1. Método de geração de soluções diversas: consiste em gerar um conjunto de soluções, referido como conjunto *P*, com *PSize* soluções viáveis e diversas.

Passo 2. Método de melhoria: trata-se de um método de busca local para melhorar as soluções diversas do conjunto *P* e as soluções a serem submetidas à atualização do conjunto de referência (*RefSet*).

Passo 3. Método de criação e atualização do conjunto de referência: destina-se a criar e atualizar o *RefSet* extraído-se do conjunto *P* as soluções que o compõem.

Passo 3.1. Criação do *RefSet*: O *RefSet* é iniciado com as *b1* melhores soluções de *P*. As *b2* soluções restantes são selecionadas dentre as soluções em *P* ainda não incluídas, da seguinte forma: mede-se a dissimilaridade entre todas as soluções não

incluídas e o *RefSet* atual, selecionando-se a solução mais dispersa para inclusão no *RefSet2*. Repete-se este passo até que haja $(b1+b2)$ soluções no *RefSet*.

Passo 3.2. Atualização do *RefSet*: as soluções resultantes das combinações, no caso de melhoria (na qualidade ou na diversidade), substituem as piores soluções do *RefSet*.

Passo 4. Método de geração de subconjuntos: especifica a forma pela qual são selecionados os subconjuntos para a aplicação do método de combinação das soluções do *RefSet*.

Passo 5. Método de combinação das soluções: busca combinar as soluções do *RefSet*. Para isso, consideram-se os subconjuntos formados no Passo 4.

Quanto à atualização do *RefSet* (passo 3.2), Glover (1998) propõe duas estratégias de atualização:

Tipo 1. Atualização estática: o *RefSet* não muda até que todas as combinações de soluções do *RefSet* tenham sido realizadas.

Tipo 2. Atualização dinâmica: o *RefSet* é atualizado sempre que uma nova solução, gerada por uma combinação, qualifica-se para entrar no *RefSet*.

A atualização do *RefSet* pode se dar por qualidade e diversidade (Q&D) ou apenas por qualidade (Q). No caso de atualização Q&D, se a nova solução resultante da combinação for melhor do que a pior solução de *RefSet1*, então a nova solução a substitui; caso contrário verifica-se se a dissimilaridade dessa solução é maior do que a dissimilaridade da pior solução do *RefSet2*, com a nova solução substituindo a outra caso isso seja verdadeiro. Já na atualização Q, a nova solução resultante da combinação substitui a pior solução de *RefSet*, caso seja superior a ela (Glover, 1998).

Martí e Laguna (2003) representaram os passos da BD delineados por Glover (1998) por meio do esquema da Figura 1.

Esse conjunto possui dois subconjuntos chamados *RefSet1* e *RefSet2*. Durante o processo de busca por meio de combinações, as novas boas soluções que forem sendo en-

contradas substituirão soluções do *RefSet1* e as soluções com elevado grau de diversidade, segundo critério específico de medida, substituirão soluções do *RefSet2*, dando origem ao *RefSet* a ser utilizado na iteração seguinte (Glover, 1998).

O critério específico de medida do grau de diversidade comentado no parágrafo anterior é referido, neste trabalho, como dissimilaridade ou distância entre soluções. É um número que indica o quanto uma solução difere da outra.

4.1. Método de cálculo das dissimilaridades entre soluções

Rego (2000), Russel e Chiang (2004), e Belfiore (2006) diferenciaram uma solução de outra, em problemas de roteirização de veículos, por meio da contagem de arcos não comuns entre soluções, ou seja, a soma da quantidade de arcos da primeira solução inexistentes na segunda solução com a quantidade de arcos da segunda solução inexistentes na primeira. Entretanto, foram observados, nos experimentos com esse método, pares de soluções com diferentes valores de função objetivo apresentando a mesma contagem de arcos não comuns, e também soluções de igual contagem de arcos não comuns com diferente estrutura de roteiros, resultando em soluções distintas. De acordo com o método da contagem de arcos não comuns, essas soluções seriam iguais (ou seja, com dissimilaridade entre as soluções igual a zero). Isto evidencia que esse método não é totalmente adequado para medição da dissimilaridade, pois, nesses dois casos, essas soluções são diferentes.

Este fato provocou a modificação, neste trabalho, do método tradicional utilizado por esses autores com a multiplicação da quantidade de arcos não comuns pelo valor do arco médio das duas soluções, sendo ainda somada uma parcela relativa à diferença entre os valores de função objetivo de cada solução (expressão 14). Isto conferiu melhor discriminação entre as soluções e obteve melhor controle sobre a medida da dispersão no espaço de soluções.

Foi adotada a seguinte notação utilizada na expressão (14):

- dis_{ab} : Dissimilaridade entre as soluções a e b ;
- d_{ab} : Quantidade de arcos não comuns entre as soluções a e b ;
- \bar{A}_{ab} : Média dos comprimentos dos arcos das soluções a e b ;
- FO_a : Valor da função objetivo da solução a ;
- FO_b : Valor da função objetivo da solução b ; e
- N : Quantidade de clientes do problema.

A dissimilaridade entre as soluções “ a ” e “ b ” pode ser calculada da seguinte expressão:

$$dis_{ab} = d_{ab} \times \bar{A}_{ab} + \left| \frac{FO_a - FO_b}{N} \right| \quad (14)$$

4.2. Limiar inferior de dissimilaridade

De acordo com Duarte *et al.* (2009), o limiar inferior de dissimilaridade é o valor mínimo de dissimilaridade que uma solução deve possuir para ingressar no conjunto P e no *Refset*. Esses autores propuseram um terceiro critério de atualização do *RefSet*. Uma nova técnica em que as atualizações do *Refset* ocorrem somente por qualidade, porém considerando um limiar inferior de dissimilaridade (atualização Q&L). Isto é, atualizar por qualidade, sem prejudicar a di-

versidade, substituindo as piores soluções por soluções melhores e dispersas.

Entende-se que soluções muito próximas ou similares, quando combinadas, gerariam soluções também muito próximas ou similares, prejudicando a exploração do espaço de soluções.

4.3. Valores dos parâmetros da BD

Um fator crítico da BD é o ajuste dos parâmetros $Psize$ (tamanho do conjunto P), $b1$ (tamanho do *RefSet1*) e $b2$ (tamanho do *RefSet2*). Russel e Chiang (2004), ao solucionar um Problema de Roteirização de Veículos (PRV) com janela de tempo, realizaram testes com os problemas R1 e RC1 de Solomon (1987) e chegaram aos resultados apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Testes realizados por Russel e Chiang (2004)

$b1+b2$	Distância*	%	Veículos	Minutos
20	25642	-	241	51
10	25524	-0,46	242	13
5	25654	0,05	243	3

*Não consta, no artigo desses autores, a unidade de distância

Apesar de Russel e Chiang terem decidido utilizar $(b1+b2)$ igual a 20, os resultados da Tabela 1 corroboram a escolha de $(b1+b2)$ igual a 10 utilizados nos trabalhos de Belfiore (2006), de Sosa *et al.* (2008) e também neste trabalho.

4.4. Geração das soluções diversas

Rego e Leão (2002) orientam que o conjunto P de soluções iniciais diversas precisa ser constituído de soluções que difiram significativamente uma da outra e que é apropriado o uso de um procedimento sistemático para se gerarem essas soluções. O procedimento adotado, neste trabalho, para geração de soluções diversas utilizou as heurísticas construtivas: método de economias (CW), proposto por Clarke e Wright (1964), heurística do Vizinho Mais Próximo (VMP), proposta por Belmore e Nemhauser (1968) e a heurística Inserção Mais Barata (IMB), proposta por Rosenkrantz, Stearns e Lewis (1977), associadas na composição do Método de Geração de Soluções Diversas da BD.

Considerando a possibilidade da existência de um conjunto P de soluções diversas que fosse perfeito, pode-se supor que as suas soluções estariam perfeitamente distribuídas no espaço de soluções. Ao se plotar as dissimilaridades de cada solução em relação ao conjunto P em um plano cartesiano, considerando-se o eixo das abscissas contendo os índices das soluções ordenadas pelo valor de dissimilaridade em relação às demais e o eixo das ordenadas contendo os valores dessas dissimilaridades, isto apresentaria, como gráfico, uma linha reta horizontal. Com base nesse raciocínio, definiu-se o processo de avaliação das alternativas para o Método de Geração de Diversificação a ser utilizado neste trabalho. As alternativas foram obtidas por meio de diversos experimentos com a geração de 30 soluções com cada heurística construtiva (VMP, IMB e CW) e com a geração de 30 soluções com essas heurísticas combinadas. Neste trabalho, se ordenou e se plotou as dissimilaridades de cada solução s gerada em relação a $P-\{s\}$ no plano cartesiano e se mediu o coeficiente de correlação (R) e o coeficiente angular da linha de tendência (a), com o objetivo de calcular a dispersão do conjunto P (DP) segundo a expressão (15).

1. Inicie com $P = 0$
2. Enquanto ($|P| < PSize$) faça
3. Construa uma solução x
4. Se x não pertence a P e $d(x, P) > Limiar$ então
5. Inclua x em P (Ex. $P = PU\{x\}$)
6. caso contrário
7. descarte x ;
8. Fim-Enquanto

Figura 2. Pseudocódigo do método de geração de diversificação

$$DP = \frac{R}{1+a} \quad (15)$$

As soluções do conjunto P precisam ser construídas, uma a uma, por meio de uma ou mais heurísticas construtivas de roteirização contemplando as restrições do PRVCES explicitadas na formulação matemática. Neste trabalho, escolheu-se utilizar as heurísticas VMP e IMB devido à sua facilidade de implementação e a heurística CW devido à sua precisão, pois segundo Balou (1999), pode-se chegar a obter resultados a 2% em relação à solução ótima absoluta. A forma de se gerar soluções diversas com as heurísticas VMP, IMB e CW estão bem descritas em Mesquita (2010).

A consideração de um limite mínimo de dissimilaridade (Limiar) para que solução seja aceita no conjunto P de soluções diversas baseia-se na proposta de Duarte *et al.* (2009), cujo pseudocódigo encontra-se na Figura 2.

Seja $MinDis$ a dissimilaridade mínima, $MaxDis$ a dissimilaridade máxima e p o percentual definido na inicialização da BD. O cálculo do limiar (L) é realizado por meio da expressão (16).

$$L = MinDis + p \cdot (MaxDis - MinDis) \quad (16)$$

O método desenvolvido consiste em gerar as $PSize$ soluções com as heurísticas VMP, IMB e CW mediante os seguintes passos:

- Passo 1.** Gerar três soluções iniciais, uma com cada heurística e incluí-las em P .
- Passo 2.** Determinar as dissimilaridades entre essas soluções (dis).
- Passo 3.** Determinar $MinDis$ e $MaxDis$.
- Passo 4.** Calcular a limiar por meio da expressão (16). Quanto ao valor de p , podem-se realizar experimentos a fim de se determinar o valor mais adequado. Os experimentos mostraram que o valor de p não é crítico, tendo-se variado de 10% a 25% sem alterações significativas no resultado.
- Passo 5.** Gerar a próxima solução por meio da heurística construtiva IMB.
- Passo 6.** Medir a menor dissimilaridade desta solução em relação às soluções em P .
- Passo 7.** Se dis for maior do que $MaxDis$, atualizar $MaxDis$. Se dis for menor do que $MinDis$, atualizar $MinDis$. Atualizar o limiar conforme a expressão (16).
- Passo 8.** Se dis for maior do que o limiar incluir a solução em P e seguir para o Passo 9. Caso contrário, gerar uma solução com VMP e uma com CW, escolher a solução de maior dissimilaridade e ir para o Passo 7.

Passo 9. Repetir a partir do Passo 5 até que haja $PSize$ soluções diversas no Conjunto P .

A escolha da heurística IMB para a geração de novas soluções no Passo 5, que é utilizada com maior frequência neste método, deve-se à conclusão que se chegou, a partir dos experimentos preliminares realizados, que a mesma possibilita a geração de soluções mais dispersas do que as heurísticas CW e VMP, considerando-se os problemas de teste de Salhi e Nagy (1999) e de Dethloff (2001).

4.5. Melhoria das soluções

Neste trabalho foram utilizadas quatro estruturas de vizinhança utilizadas no Método de Melhoria da BD: 2-opt (Croes, 1958); relocação inter-rotas; relocação intra-rota e cruzamento. Esses movimentos estão bem descritos no trabalho de Sosa *et al.* (2007). Foi adotada uma relação de precedência entre essas estruturas de vizinhança, determinada experimentalmente.

Segundo Freitas *et al.* (2007), a metaheurística VND, desenvolvida por Mladenovic e Hansen (1997), é um método de busca local que consiste em explorar o espaço de soluções por meio de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhança. O método VND utiliza uma estrutura de vizinhança principal visando melhorar a solução corrente, quando não é mais possível, o método troca a vizinhança corrente por outra, retornando à primeira vizinhança sempre que houver melhoria e passando para a vizinhança seguinte quando não houver melhoria. O algoritmo termina após utilizar todas as estruturas de vizinhança sem conseguir melhorar a solução corrente.

Foram realizados experimentos com o método VND modificando-se a sequência de vizinhanças exploradas, sendo que a sequência que obteve o melhor ganho médio (redução das distâncias percorridas) para os problemas de teste considerados foi: 2-opt, cruzamento, relocação intra-rota e relocação inter-rotas, nessa ordem. O funcionamento desses métodos de busca local para melhoria de soluções do PRVCES estão bem descritos em Mesquita (2010).

Durante cada movimento de busca local é necessário verificar a viabilidade de cada roteiro quanto às restrições do PRVCES. Isto é realizado por meio do procedimento de verificação da viabilidade do roteiro, que o faz em duas etapas: (i) totaliza todas as demandas de entrega a serem realizadas e a confronta com a capacidade do veículo, pois este precisa sair da base carregado com todas as entregas a serem realizadas, (ii) verifica, arco a arco, até o retorno à base, se o que estava carregado no cliente i menos o que irá ser entregue mais o que irá ser coletado no cliente j , visitado imediatamente após i , não ultrapassa a capacidade do veículo (expressões 4, 5, 6, 7 e 8 da formulação matemática).

4.6. Criação e atualização do conjunto de referência

A criação do *RefSet* foi realizada exatamente conforme a proposta de Glover (1998). Quanto à atualização desse conjunto de soluções, foram realizados experimentos com o objetivo de comparar o critério de atualização Q&D proposto por Glover (1998) e o critério de atualização por qualidade e limiar (Q&L) de dissimilaridade proposto por Duarte *et al.* (2009). Os resultados dos experimentos foram favoráveis ao uso do critério de atualização Q&L proposto por Duarte *et al.* (2009). Segundo esse critério, as atualizações a serem realizadas no *RefSet1* deverão ocorrer apenas por qualidade quando a solução candidata for melhor do que a melhor solução. As outras soluções do *RefSet* deverão ser substituídas também por qualidade, mas apenas se a solução candidata tiver um valor de dissimilaridade superior a um limite mínimo pré-estabelecido, o limiar L calculado por meio da expressão (16).

A cada nova solução inserida no *RefSet* é registrado que essa solução ainda não foi combinada, para que o reinício do processo de combinação atue somente sobre as soluções não combinadas no passado. Segundo Glover (1998), cada subconjunto de soluções a combinar precisa possuir pelo menos uma solução nova.

Quando todas as soluções do *RefSet* tiverem sido combinadas o processo vai para a próxima iteração, cujo passo mais importante é a regeneração do *RefSet2* a partir das soluções remanescentes no conjunto P , iniciando novamente um ciclo de combinações e tentativas de atualização do *RefSet*, até que seja atingida a contagem máxima de iterações ou que não haja mais soluções disponíveis em P para regeneração do *RefSet2*.

4.7. Geração de subconjuntos e combinação de soluções

Belfiore (2006) e Sosa *et al.* (2007, 2008) utilizaram o Método de Geração de Subconjuntos de soluções que realiza a geração de todos os pares possíveis obtidos com as soluções do *RefSet1*, mais todos os pares possíveis obtidos entre as soluções do *RefSet1* e as do *RefSet2*, mais todos os pares possíveis obtidos com as soluções do *RefSet2*.

Laguna e Armentano (2001), baseados na sua experiência na implementação da BD, comentam que a cerca de 80% do poder de busca pode ser atribuído aos subconjuntos de duas soluções. Neste trabalho, este método foi implementado para gerar subconjuntos de duas soluções.

A combinação de soluções utilizada neste trabalho foi realizada por meio do método de seleção de arcos comuns. Esse método parte de pares de soluções oriundas do método de geração de subconjuntos da BD e constrói uma terceira a partir dos arcos comuns encontrados entre as soluções de origem, finalizando a construção por meio de uma heurística construtiva, tendo se utilizado, neste trabalho, a heurística de economias de Clarke e Wright (1964).

5. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

A estratégia de solução proposta para o PRVCEs baseada na metaheurística Busca Dispersa com melhoria por meio do VND foi codificada em linguagem C++ seguindo as orientações de Glover (1998), Rego (2000), Laguna e Armentano (2001), Laguna e Martí (2003) e Duarte *et al.* (2009). Foi utilizado o *Microsoft Visual Studio Express 2008* em um microcomputador com processador *Intel Centrino* de

1,6 GHz e 1,5 GB de memória *RAM*.

Como mencionado anteriormente, nos experimentos realizados considerou-se a minimização da distância percorrida como objetivo do método proposto.

As tabelas apresentadas a seguir com os resultados dos experimentos realizados apresentam os valores de desvio percentual (*Gap*) comparado ao melhor valor alcançado. Esse desvio é calculado por meio da expressão (17).

$$Gap = 100 \cdot \frac{\text{valor} - \text{melhor valor}}{\text{melhor valor}} \quad (17)$$

Observando-se, na Tabela 2, os resultados dos experimentos com o conjunto de problemas de Dethloff (2001), verifica-se que a BD implementada alcançou o melhor resultado em seis instâncias. O *Gap* foi de 0,23% em relação à média dos melhores resultados da literatura até o momento, os resultados obtidos por Mine *et al.* (2009).

Observando-se, na Tabela 3, os resultados dos experimentos com o conjunto de problemas de Salhi e Nagy (1999), vê-se que foram obtidos quatro resultados que superaram os melhores resultados da literatura até o momento, sendo que, de forma global, a média geral deste trabalho apresentou um *Gap* de 1,34% em relação à média dos resultados de Mine *et al.* (2009).

Observa-se, ainda, que o resultado para o problema CMT12Y é melhor sob o aspecto da distância total percorrida, mas pior sob o aspecto de custos, haja vista que alocou um veículo a mais do que o resultado obtido por Sosa *et al.* (2008) e por Mine *et al.* (2009).

Os termos destacados com (m) nas tabelas indicam que esses são os melhores valores encontrados na literatura. Observam-se, ainda, nas Tabelas 2 e 3 que faltam os tempos de processamentos das colunas de dados obtidos por Montané e Galvão (2006) e por Sosa *et al.* (2008). Somente o artigo de Mine *et al.* (2009) apresenta a coluna com o tempo de processamento, o que limita a comparação do desempenho computacional da Busca Dispersa implementada neste trabalho apenas com o trabalho de Mine *et al.* (2009).

Deve-se notar ainda que, nessas tabelas, não são indicadas as unidades de distância. O conjunto de problemas de teste elaborado por Dethloff (2001) corresponde a instâncias de teste geradas aleatoriamente com 50 clientes considerando dois diferentes cenários geográficos: o cenário SCA (“*scattered*”), onde as coordenadas dos clientes são distribuídas uniformemente no intervalo de 0 a 100 e o cenário CON (“*concentrated*”) onde a metade dos clientes é distribuída da mesma forma que o cenário SCA, enquanto que as coordenadas da outra metade são distribuídas no intervalo de 100/3 a 200/3, de modo a representar agrupamentos de clientes. As distâncias são calculadas pela métrica euclidiana em ambos os casos com base nos valores obtidos de forma aleatória e sem considerar as unidades de distância.

5.1. Aplicação na Força Aérea Brasileira (FAB)

Verificam-se nos resultados das Tabelas 2 e 3 que o tempo para solução de um PRVCEs por esta implementação de BD para até 100 nós pode variar de dois a quatro minutos. Para os problemas com 50 nós, percebe-se que uma boa solução pode ser apresentada em até 21 segundos. A aplicação prática da estratégia de solução aqui proposta

Tabela 2. Conjunto de problemas de Dethloff (2001)

<i>D - Distância</i> <i>T - Tempo</i>	<i>Montané e Galvão (2006)</i>	<i>Sosa et al. (2008)</i>	<i>Mine et al. (2009)</i>		<i>Este trabalho</i>		
<i>Método</i>	<i>BT</i>	<i>BD</i>	<i>GENILS*</i>		<i>BD</i>		
<i>Problema</i>	<i>D</i>	<i>D</i>	<i>D</i>	<i>T(s)</i>	<i>D</i>	<i>t(s)</i>	<i>Gap (%)</i>
SCA3-0	640,7	640,5	635,62 (m)	6,77	640,50	10	0,77
SCA3-1	697,1 (m)	697,8	697,84	8,49	697,84	8	0,11
SCA3-2	655,2 (m)	659,3	659,34	8,13	659,34	6	0,63
SCA3-3	674,6 (m)	680,0	680,04	8,45	680,04	9	0,81
SCA3-4	690,5 (m)	690,5 (m)	690,50(m)	8,09	690,50	9,5	0,00
SCA3-5	656,7 (m)	659,9	659,90	8,19	661,00	5	0,65
SCA3-6	653,6	653,8	651,09 (m)	8,21	653,17	16	0,32
SCA3-7	674,5	659,2	659,17 (m)	6,76	659,17 (m)	22	0,00
SCA3-8	702,2 (m)	719,5	719,48	8,85	719,48	9	2,46
SCA3-9	683,7	681,2 (m)	681,20 (m)	8,63	681,20 (m)	33	0,00
CON3-0	627,7	631,4	616,52 (m)	6,77	616,52 (m)	34	0,00
CON3-1	563,6	554,5 (m)	554,47 (m)	7,76	556,70	14	0,40
CON3-2	517,1 (m)	522,9	518,01	9,28	521,38	22	0,83
CON3-3	596,2	591,2 (m)	591,19 (m)	9,18	591,19 (m)	21	0,00
CON3-4	589,7	591,1	588,79 (m)	6,29	588,79 (m)	7	0,00
CON3-5	567,5	563,7 (m)	563,70 (m)	9,16	564,60	9	0,16
CON3-6	492,5 (m)	506,2	499,05	7,33	498,50	17	1,22
CON3-7	588,2	577,7	576,48 (m)	6,96	577,70	7	0,21
CON3-8	509,8 (m)	523	523,05	8,75	523,05	5	2,60
CON3-9	583,2	580,1	578,25 (m)	6,87	590,70	7	2,15
Médias	618,22	619,18	617,17 (m)	7,95	618,57	13,3	0,23

Tabela 3. Conjunto de problemas de Salhi e Nagy (1999)

<i>V - Veículos</i> <i>D - Distância</i>	<i>Montané e Galvão (2006)</i>		<i>Sosa et al. (2008)</i>		<i>Mine et al. (2009)</i>		<i>Este trabalho</i>			
<i>Método</i>	<i>BT Adaptativo</i>		<i>BD</i>		<i>GENILS</i>		<i>BD</i>			
<i>Problema</i>	<i>V</i>	<i>D</i>	<i>V</i>	<i>D</i>	<i>V</i>	<i>D</i>	<i>V</i>	<i>D</i>	<i>T(s)</i>	<i>Gap(%)</i>
CMT1X	3	470	3	475,1	3	466,77	3	466,65 (m)	21	-0,03
CMT2X	7	700	6	690,5	6	684,21 (m)	6	696,40	115	1,79
CMT3X	5	719 (m)	5	725,3	5	721,40	5	722,00	182	0,42
CMT4X	7	878	7	868,5	7	852,46 (m)	7	895,70	544	5,07
CMT5X	10	1083	10	1069,3	10	1033,5 (m)	10	1070	1544	3,53
CMT11X	5	910	4	873,2	4	846,23	4	840,50 (m)	346	-0,68
CMT12X	6	689	6	679,2	6	662,22 (m)	6	669,50	231	1,30
CMT1Y	3	472	3	473,2	3	466,77 (m)	3	473,60	9	1,46
CMT2Y	7	695	6	691,1	6	684,21 (m)	7	688,00	48	0,55
CMT3Y	5	721	5	730,1	5	721,27	5	720,00 (m)	159	-0,14
CMT4Y	7	880	7	861,0 (m)	7	862,28	7	873,00	777	1,40
CMT5Y	11	1098	10	1041,2	10	1036,1 (m)	10	1088,3	1511	5,03
CMT11Y	4	900	4	883,6	4	836,04 (m)	4	843,60	501	0,90
CMT12Y	6	675	5	686,4	5	663,50	6	652,00 (m)	134	-1,73
Médias		778		767,7		752,60		762,50		1,34

baseada em BD deverá ser restrita a essas quantidades de nós, com maior frequência para solução de problemas com tamanho médio de 32 nós, informação esta obtida mediante consultas realizadas no banco de dados do sistema gerenciador de transportes da FAB.

Por meio de uma consulta ao sistema de informações de carga da FAB, pôde-se obter as demandas de entrega e coleta de carga em 33 localidades no território nacional. Foram totalizados os pesos de todas as cargas existentes em cada terminal destinados ao Rio de Janeiro e os pesos de todas as cargas existentes no Rio de Janeiro destinadas a essas localidades. Esse problema foi resolvido pela BD em 9,6s considerando que as entregas sejam realizadas por um único tipo de aeronave, o Hércules, considerando que essa

aeronave possui capacidade de transportar 20.000 kg. Três operadores do sistema de distribuição de materiais da FAB resolveram o mesmo problema sem o auxílio de métodos quantitativos, sendo que o resultado obtido é apresentado na Tabela 4.

Outro aspecto interessante na utilização da BD como método de solução para o problema da FAB é que a BD produz sempre *b* boas soluções (*b* = 10 nesta implementação). Isto implica em flexibilidade para o gestor do sistema, pois, dependendo das circunstâncias, o gestor poderá utilizar qualquer uma dessas soluções, não necessariamente a melhor.

Tabela 4. Resultado comparativo entre a solução manual e por BD

<i>Resolvidor</i>	<i>Veículos</i>	<i>Distância (km)</i>	<i>Tempo (min)</i>	<i>Gap(%)*</i>
BD	5	26.305,50 (m)	0,16	0,00
Operador A	5	27.356,70	41	4,00
Operador B	5	27.547,60	46	4,72
Operador C	5	31.341,00	42	19,14

*Gap – desvio percentual em relação à melhor solução

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho apresentou-se o método de solução desenvolvido para resolver um Problema de Roteirização de Veículos com Coletas e Entregas Simultâneas (PRVCES). Esse método consiste de uma implementação da metaheurística Busca Dispersa integrada com a metaheurística VND utilizada como método de melhoria de soluções.

Com o objetivo de validar o método desenvolvido foram comparados os resultados obtidos com a solução dos problemas de Min (1989), de Salhi e Nagy (1999) e de Dethloff (2001). Os resultados obtidos superaram o melhor resultado existente na literatura para o problema de Min (1989), tendo igualado os resultados de seis dentre os vinte melhores resultados para os problemas de Dethloff (2001) e tendo superado quatro dos melhores resultados para os quatorze problemas de Salhi e Nagy (1999) que não trazem restrição de tempo de serviço na rota. Isto indica que o método implementado, a Busca Dispersa integrada com VND, pode ser bastante competitivo para solucionar o PRVCES.

As contribuições mais relevantes deste trabalho quanto à implementação da BD foram os diversos experimentos realizados com o objetivo de se determinar (i) a técnica mais eficiente para o Método de Geração de Diversificação utilizando três heurísticas construtivas bastante conhecidas, VMP, IMB e CW combinadas na geração de soluções diversas e utilizando o limiar inferior de dissimilaridade para ingresso das soluções no repositório de soluções diversas; (ii) os métodos de busca em vizinhança mais adequados, bem como a sequência de vizinhanças a serem exploradas, com a finalidade de compor o Método de Melhoria com a metaheurística VND; (iii) o melhor Critério de Atualização do Conjunto de Referência para os problemas de teste utilizados comparando-se o método tradicional Q&D proposto por Glover (1998) com o método Q&L proposto por Duarte *et al.* (2009), tendo-se verificado experimentalmente que este favoreceu à obtenção de melhores soluções; e (iv) o método mais adequado de cálculo da dissimilaridade entre soluções. Isto permitiu discriminar as soluções diferentes que apresentaram a mesma contagem de arcos não comuns, possibilitando melhor controle sobre a medida da dispersão no espaço de soluções.

Este trabalho pode ser estendido para atender a mais requisitos de problemas reais da FAB através da consideração de frota heterogênea e/ou a existência de múltiplos centros de distribuição e também de restrições de capacidade volumétrica dos veículos, de compatibilidade das cargas e de prioridade de transporte. Com relação ao método, pode-se utilizar GRASP na geração de soluções diversas (Belfiore, 2006 e Sosa *et al.*, 2008); Busca Tabu como método de melhoria (Russel e Chiang, 2006) e Reconexão de Caminhos como método de combinação de soluções (Wendolfsky e Scheuerer, 2006) ou como uma melhoria posterior das soluções obtidas pela BD (Keskin e Üster, 2007).

Outra possibilidade de extensão deste trabalho seria a modificação do modelo com vistas a considerar capacidade das aeronaves em peso e em volume, assim como a minimização dos tempos de entrega/coleta, neste último caso favorável ao desempenho da Força Aérea na eventualidade de conflitos armados ou em situações de calamidade pública.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anily, S. (1996) The vehicle routing problem with delivery and backhaul options. *Naval Research Logistics*, v. 43, p. 415–434.
- Beasley, J. E. (1983) Route first – cluster second methods for vehicle routing. *Omega*, v. 11, p. 403–408.
- Ballou, R.H. (1999) *Business logistics management : planning, organizing and controlling the supply chain* (4^a. ed). Prentice Hall.
- Belfiore, P. e P. Scatter (2006) Search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas. Tese (doutorado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Belmore M. e G. L. Nemhauser (1968) The Traveling Salesman Problem: a survey. *Operations Research*, v. 538–558.
- Bianchessi, N. e G. Righini (2007) Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery. *Computers and Operations Research*, v. 34, p. 578–594.
- Chen, J. F. e T. H. Wu (2006) Vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups. *Journal of the Operational Research Society*, v. 57, p. 579–587.
- Clarke, G. e J. W. Wright (1964) Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, v. 12, n. 4, p. 568–581.
- Crispim, J. e J. Brandão (2005) Metaheuristics applied to mixed and simultaneous extensions of vehicle routing problems with backhauls. *Journal of the Operational Research Society*, v. 56, 1296–1302.
- Croes, G. A. (1958) A method for solving the Traveling Salesman Problems. *Operations Research*, v. 6, p. 791–812.
- Dethloff, J. (2001) Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up. *OR Spektrum*, v. 23, p. 79–96.
- Duarte, A.; R. Martí; F. Glover e F. Gortazar (2009) Hybrid scatter tabu search for unconstrained global optimization. *Annals of Operations Research*, Springer Netherlands, Collection Business and Economics, SpringerLink.
- Feo, T. A. e Resende, M. G. C. (1995) Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, v. 6, n. 2, p. 109–133. 1995.
- Freitas, L. M. B.; J. E. C. Arroyo e F. A. T. Montané (2007) Heurística VNS para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea. *Anais do X SPOLM Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha*, Rio de Janeiro.
- Gajpal, Y e A. Prakash (2009) An Ant Colony System (ACS) for vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup. *Computers & Operations Research*, Mc Master University, Hamilton, Ontario, Canada, p. 1–9.
- Gendreau, M.; A. Hertz e G. Laporte (1992) New insertion and postoptimization procedures for the Traveling Salesman Problem. *Operations Research*, v. 40, n. 6, p. 1086–1094.
- Glover, F. (1998) A template for scatter search and path relinking, in artificial evolution. *Proceedings of Lecture Notes in Computer Science 1363*, J.-K. Hao, E. Lutten, E. Ronald, M. Schoenauer and D. Snyers (Eds.), Springer, p. 13–54.
- Gökçe, E. I. (2004) *A revised Ant Colony System approach to vehicle routing problems*. Dissertação (mestrado). Sabanci University, Turkey.
- Keskin, B. B. e H. Üster (2007) A Scatter Search based heuristic to locate capacitated transshipment points. *Computers & Operations Research*, v. 34, n. 10, p. 3112–3125.
- Laguna, M. e V. Armentano (2005) Lessons from applying and experimenting with scatter search. *Proceedings of Metaheuristic Optimi-*

- zation Via Adaptive Memory and Evolution: Tabu Search and Scatter Search, C. Rego and B. Alidaee (eds.), Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, p. 229–246.
- Mesquita, A. C. P. (2010) *A metaheurística Busca Dispersa em Problemas de Roteirização de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas: Aplicação na Força Aérea Brasileira*. Dissertação (mestrado). Programa de Engenharia de Sistemas Logísticos. Escola Politécnica da USP.
- Mesquita, A. C. P. e C. B. Cunha (2008) Otimização da distribuição de materiais na Força Aérea Brasileira. *Anais do Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, Fortaleza, CE. Panorama nacional da pesquisa em transportes 2008. Rio de Janeiro : ANPET, 2008. 1 CD-ROM.
- Min, H. (1989) The multiple the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points. *Transportation Research Part A*. v. 5, p. 377–386.
- Mine, M. T.; M. S. A. Silva; L. S. Ochi e M. J. F. Souza (2009) Um algoritmo heurístico híbrido para o problema de roteamento de veículos com entrega e coleta simultânea. *Anais do XXIX Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. Salvador, BA.
- Montané, F. A. T. e R. D. Galvão (2006) A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computers and Operations Research*, v. 33, p. 595–619.
- Mladenovic, N. e P. Hansen (1997) Variable neighborhood search. *Computers and Operations Research*, v. 24, p. 1097–1100.
- Nagy, G. e S. Salhi (2005) Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries. *European Journal of Operational Research*. v. 162, p. 126–141.
- Rego, C. (2000) *Scatter search for Vehicle Routing Problems*. National INFORMS Meeting, Salt Lake City, Utah.
- Rego, C. e P. Leão (2002) *A Scatter Search Tutorial for Graph-Based Permutation Problems*. Working Paper Series, Hearin Center for Enterprise Science, School of Business Administration, The University of Mississippi.
- Ropke, S. e D. Pisinger (2006) A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research*. v. 171, p. 750–775.
- Rosenkrantz, D. J.; R. E. Stearns e P. M. Lewis (1977) An analysis of several heuristics for the Travelling Salesman Problem. *SIAM Journal on Computing*, v. 6, p. 563–581.
- Russel, R. A. e W. Chiang (2004) Scatter search for the vehicle routing problem with time windows. *European Journal of Operational Research*: Elsevier, The University of Tulsa.
- Salhi, S. e G. Nagy (1999) A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling. *Journal of the Operational Research Society*. v. 50, p. 1034–1042.
- Solomon, M. M. (1987) Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints, *Operations Research*, v. 35, n. 2, p. 254–265, march-april.
- Sosa, N. G. M.; R. D. Galvão e G. A. Gandelman (2007) Algoritmo de busca dispersa aplicado ao problema clássico de roteamento de veículos. *Pesquisa Operacional*, v. 27, p. 293–310.
- Sosa, N. G. M.; G. A. Gandelman e A. P. Sant’anna. (2008) An Analysis of Techniques to Generate Initial Solutions for Scatter Search Methods Applied to the Problem of Vehicle Routing with Simultaneous Delivery and Pickup. *Proceedings of EngOpt 2008 International Conference on Engineering Optimization*. Rio de Janeiro, Brazil.
- Sosa, N. G. M.; M. Laguna; G. A. Gandelman e A. P. Sant’anna (2009) *Scatter Search applied to the Vehicle Routing Problem with simultaneous delivery and pickup*. Disponível em: <http://leeds-faculty.colorado.edu/Laguna/articles/vrpsdp.html> (Acessado em 11/7/2009).
- Subramanian, A.; L. S. Ochi e L. A. F. Cabral (2008) *An efficient ILS heuristic for the Vehicle Routing Problem with simultaneous pickup and delivery*. RT 07/08. Rio de Janeiro: Instituto de Computação, UFF, 17 p.
- Wren, A. e Holliday, A. (1972) Computer scheduling of vehicles from one or more depots to a number of delivery points. *Operations Research*. v. 23, p. 333–344.
- Wendolsky, R. e S. Scheuerer (2006) *A cluster based Scatter Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem*. Fraunhofer Center for Applied Research on Technologies for The Logistics Service Industries (ATL), Discussion Papers in Economics N° 415, University of Regensburg, Germany.
- Zachariadis, E. E.; C. D. Tarantilis e C. T. Kiranoudis (2009) A hybrid metaheuristic algorithm for the Vehicle Routing Problem with simultaneous delivery and pick-up service. *Expert Systems with Applications*, v. 36, n. 2, p. 1070–1081.