

Proposta de um modelo matemático para o problema *dial-a-ride* aplicado ao transporte público de cadeirantes

Patrícia Perretto Rodrigues¹, Rodrigo de Alvarenga Rosa² e Leandro Colombi Resendo³

Resumo: O presente artigo propõe um modelo de Programação Linear Inteira Mista para resolver o problema de roteamento denominado de *Dial-a-Ride Problem* – DARP. O DARP consiste no problema de roteamento de demandas onde os veículos saem da garagem, buscam e entregam os clientes nos locais e horários solicitados, e retornam para a garagem, tendo como objetivo a minimização dos custos de atendimento. Diferente do que é comumente encontrado na literatura, o modelo aqui proposto considera restrições de janela de tempo na origem e no destino e uma frota de veículos heterogênea. Além disso, o modelo também possibilitou a redução do número de veículos usados. Visando uma aplicação real do modelo proposto, o mesmo foi testado com dados reais fornecidos pelo programa Porta a Porta da Prefeitura de Vitória - ES. O modelo foi executado no *software* CPLEX e os resultados mostraram que cenários com grande número de clientes (20) podem ser resolvidos otimamente com essa formulação. DOI:10.4237/transportes.v20i2.501.

Palavras-chave: dial-a-ride problem, programação linear inteira mista, transporte público de cadeirantes.

Abstract: This article proposes a mixed integer linear programming model to solve the routing problem called Dial-a-Ride Problem - DARP. The DARP consists of a demands routing problem, where vehicles leave the garage, pickup and delivery customers in locations and time requested, and return to the garage, aiming minimize the path cost. Different from literature, the model proposed consider the origin and sink time windows and permit the use of different kind of vehicles. In addition, our model allow a reduction on number of vehicles used. Aiming a real application of the proposed model, it was tested with real data provided by Vitória City Hall Infrastructure and Transportation Secretary. The model was implemented using CPLEX and the results showed that scenarios with a large number of wheelchair users (20) can be solved optimally.

Keywords: dial-a-ride problem, mixed integer linear programming, wheelchair public transport.

1. INTRODUÇÃO

No Brasil é assegurado pela Constituição Federal e pela Lei Federal nº 7.853, de 1989, o direito de mobilidade à toda população que possui algum tipo de deficiência, incluindo os cadeirantes. Porém, nos grandes centros urbanos os cadeirantes ainda sofrem com a segregação, devido à falta de acessibilidade e transportes adequados. Uma solução oferecida pelos governos são os programas especiais de transportes com veículos adaptados com elevadores, ou rampas, e com espaço reservado para cadeiras de rodas, voltados para cadeirantes e portadores de necessidades especiais. Na literatura existente, o modelo de roteamento denominado de *Dial-a-Ride Problem* – DARP vem sendo o mais empregado para resolver o problema de transporte de pessoas com dificuldade de mobilidade (Cunha, 2000; Karabuk, 2009).

Geralmente, os dados de uma solicitação de transporte são: o ponto de embarque, o horário desejado do embarque, o número de pessoas que serão embarcadas, se serão atendidos somente o cadeirante ou mais o acompanhante, o ponto de desembarque, e o horário desejado do desembarque. O transporte é efetuado por veículos que prestam um serviço compartilhado em que vários usuários podem estar ao mesmo tempo dentro do veículo, com diferentes origens e destinos (Savelsbergh e Sol, 1995; Znamensky e Cunha, 1999).

Assim, cabe ao operador do sistema programar os roteiros para atendimento dessas solicitações utilizando-se dos veículos disponíveis. Cabe ressaltar que o veículo sai vazio da garagem e busca o cliente em qualquer ponto da rede e entrega-o em outro. Neste tipo de transporte ocorre uma relação de precedência, ou seja, o local de embarque deverá ser anterior ao local de desembarque. Em geral, esta relação dificulta ou até impede o uso de métodos de solução clássicos para o problema de roteamento (Bodin *et al.*, 1983; Bodin e Sexton 1986; Cordeau e Laporte, 2007; Cunha, 2003; Mauri e Lorena, 2009).

Subramanian (2008) comenta que no DARP o objetivo é a elaboração de rotas, a um custo mínimo, capazes de acomodar o maior número de solicitações possível, sob certas condições restritivas como janelas de tempo, capacidade do veículo e tempo máximo de viagem. Outro objetivo abordado pode ser a maximização da satisfação da demanda. Assim, os métodos de solução geralmente buscam um equilíbrio entre custo operacional e qualidade do serviço prestado (Cordeau e Laporte, 2007).

Em torno do horário desejado do cliente é definida uma janela de tempo com um intervalo de tempo pré-definido, (e_i, l_i) . Existem dois tipos de janelas de tempo abordadas na literatura: *one-sided* e *two-sided*. O conceito *one-sided* determina que não é necessário especificar um horário de início para a janela de tempo, apenas seu término. Já no caso *two-sided*, as coletas e entregas devem obedecer a uma janela de tempo bilateral, ou seja, a partir do instante e_i é permitido o início da entrega ou coleta do cliente i . Caso a chegada do veículo no cliente i se dê antes do instante e_i , o veículo deverá esperar. O veículo nunca poderá chegar depois do instante l_i , pois violará a restrição de tempo do problema. Em casos reais é mais comum encontrar janelas de tempo do tipo *two-sided*, como tratado nesse artigo (Hai-

¹ Patrícia Perretto Rodrigues, Instituto Federal do Espírito Santo, Colatina, ES, Brasil. (e-mail: arq_patyrodrigues@yahoo.com.br).

² Rodrigo de Alvarenga Rosa, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, Brasil. (e-mail: rodrigorosa@ct.ufes.br).

³ Leandro Colombi Resendo, Instituto Federal do Espírito Santo, Colatina, ES, Brasil. (e-mail: leandro@ifes.edu.br).

Manuscrito recebido em 24/10/2011 e aprovado para publicação em 20/7/2012. Este artigo é parte de TRANSPORTES v. 20, n. 2, 2012. ISSN: 2237-1346 (online). DOI:10.4237/transportes.v20i2.501.

demann, 2007; Jaw *et al.*, 1986).

Os problemas de roteamento e programação de veículos do tipo DARP podem ser divididos em duas categorias: dinâmico ou estático. Nos problemas caracterizados como dinâmicos, a demanda pelo serviço é conhecida ao longo do dia e as rotas são ajustadas para atender as solicitações. Já nos problemas estáticos a demanda dos clientes é conhecida com antecedência, antes do início do planejamento do serviço, esse é mais comumente encontrado em problemas reais como o abordado neste artigo (Cordeau e Laporte, 2002; Haidemann, 2007). Conforme será apresentado na Seção 2, a resolução do DARP pode ser obtida por meio de métodos heurísticos ou por meio da Programação Linear Inteira Mista.

O presente artigo propõe uma formulação matemática para o DARP usando Programação Linear Inteira Mista, onde a função objetivo busca a otimização do atendimento do maior número de clientes com a minimização do custo de transporte. Este artigo é inspirado em Cordeau (2006) e difere do mesmo nos seguintes pontos: 1) permite a utilização de frota heterogênea, dando flexibilidade ao operador do serviço usar uma frota com diferentes veículos conforme sua disponibilidade; 2) no intuito de garantir a qualidade do serviço prestado ao usuário, o modelo proposto incorpora as restrições de janelas de tempo no horário de embarque e desembarque do cliente, dispensando outras métricas na função objetivo para assegurar a qualidade do serviço; 3) Outro diferencial importante do modelo proposto é que ele permite a redução da frota inicial, enquanto os modelos encontrados na literatura trabalham com frota fixa, não permitindo a redução do número de veículos. Além disso, este modelo é aplicado a um estudo de caso real com dados fornecidos pelo programa de transporte público gratuito de cadeirantes da Prefeitura de Vitória - ES.

O artigo é organizado como segue: na Seção 2 tem-se uma revisão com trabalhos relevantes sobre o DARP. Na Seção 3 apresenta-se a proposta do modelo matemático. Na Seção 4 são apresentados os experimentos computacionais, na Seção 5 tem-se a apresentação e a análise dos resultados encontrados e na última seção, têm-se as conclusões.

2. O PROBLEMA DIAL-A-RIDE

O DARP é um problema de difícil solução, pois generaliza o *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery* (VRPPDTW) e também o *Traveling Salesman Problem with Time Windows* (TSPTW) (CORDEAU e LAPORTE, 2007). Ambos os problemas, VRPPDTW e TSPTW, consideram o transporte de cargas de um ponto inicial, depósito, para os consumidores e dos consumidores para o depósito. O veículo sai do ponto inicial já com as mercadorias e vai entregando e coletando mercadorias, sendo que uma carga coletada pode ser utilizada para satisfazer qualquer demanda de entrega. No DARP as cargas são clientes, sendo que o veículo sai e retorna vazio da garagem e os clientes são recolhidos e transportados para locais pré-definidos. O objetivo pode ser minimizar o número de veículos, custo, ou ambos.

Os primeiros estudos sobre o DARP foram apresentados por Psaraftis (1980) que propôs um procedimento de otimização exato, baseado em Programação Dinâmica, para problemas envolvendo um único-veículo, sem janelas de tempo. Psaraftis (1983) complementou seu trabalho modifican-

do o algoritmo de programação dinâmica, onde cada cliente especifica o limite superior e inferior para o horário de *pickup* e *delivery*, ou seja, são duas janelas de tempo para cada cliente. O objetivo desse trabalho é minimizar o tempo necessário para atender todos os clientes. Já Desrosiers *et al.* (1986) estudaram o DARP com um único veículo, considerando janelas de tempo, capacidade dos veículos e restrições de precedência, utilizando a programação dinâmica. Soluções ótimas foram obtidas para até 40 clientes.

Para resolver o problema com múltiplos veículos, uma técnica comumente utilizada é a de definir grupos de usuários a serem servidos pelo mesmo veículo antes da fase de roteamento. Esta idéia foi utilizada por Sexton e Bodin (1985), Dumas *et al.* (1989) e Desrosiers *et al.* (1991). Dumas *et al.* (1989) desenvolveram um algoritmo exato e este foi aplicado com sucesso a problemas de até 55 solicitações. Ioachim *et al.* (1995) utilizaram essa mesma técnica, e na resolução do problema resultante dos *m*-caixeiros viajantes utilizaram o método de geração de colunas e aplicaram com sucesso a um problema real com cerca de 2500 solicitações.

O trabalho de Toth e Vigo (1997) propõe uma heurística de inserção paralela para uma frota de veículos heterogêneos. Um conjunto inicial de rotas é estabelecido e as solicitações são inseridas nesse conjunto inicial. Caso não seja mais possível a inserção das solicitações nas rotas já existentes, uma nova rota é criada e o processo continua até que todas as solicitações tenham sido atendidas. Terminada a fase de construção de rotas, a heurística realiza um processo de melhoria baseado na busca tabu objetivando melhorar a solução obtida pelo algoritmo de inserção.

Znamensky e Cunha (1999) estudam o problema do transporte de idosos e deficientes realizado por veículos de baixa capacidade. As instâncias foram extraídas de um serviço real de transporte, o ATENDE da prefeitura de São Paulo-SP. Os autores estudaram duas abordagens para o problema: a solução exata por meio de um modelo de programação inteira e uma heurística de inserção paralela baseada no trabalho de Madsen *et al.* (1995), acrescida de um procedimento de melhoria das rotas obtidas similar à apresentada por Toth e Vigo (1997). A pesquisa abordou 349 requisições de transporte - clientes e veículos disponíveis, localizados em 47 garagens distribuídas no município de São Paulo - SP, após a utilização da heurística de inserção paralela foi utilizado o processo de melhoria.

Ropke *et al.* (2007) estudaram o problema de coleta e entrega com janelas de tempo, abordando veículos capacitados. Foi considerado ainda que as rotas de veículos devem satisfazer as restrições de precedência nas coletas e entregas. O trabalho apresentou duas novas formulações para a *Pickup and Delivery Problem with Time Window* e para o DARP. Instâncias com até oito veículos e 96 pedidos (194 nós) foram resolvidos de maneira ótima. Os autores Parraght *et al.* (2008) desenvolveram um detalhado estudo sobre Problemas de Coleta e Entrega e sobre o DARP. Os autores subdividem o trabalho em duas partes sendo que na segunda parte são detalhados dois problemas: *Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem* e o DARP.

Mauri e Lorena (2009) apresentam em seu trabalho um modelo matemático multi-objetivo para o DARP e uma meta-heurística *simulated annealing* para resolvê-lo. O modelo trata a forma estática do problema e abrange vários casos distintos, tais como frota homogênea e heterogênea, gara-

gens múltiplas ou únicas, e uma função de minimização multi-objetivo que trata os custos de transporte e a inconveniência dos clientes por meio de penalizações. Os resultados computacionais são obtidos com o uso de instâncias públicas disponíveis e comparadas com outros métodos apresentados na literatura sobre DARP.

Faria *et al.* (2010) apresentaram um modelo de transporte para pessoas com deficiência, DARP, na cidade de São José dos Campos - SP. Nesse trabalho é apresentada uma detalhada revisão de literatura dos algoritmos usados para o problema e foi aplicado uma heurística de inserção paralela. Foi desenvolvido um programa em Excel e Visual Basic para simular as aplicações reais.

Häme (2011) desenvolveu um procedimento de otimização exata para resolver a versão estática e dinâmica do problema. O objetivo foi de determinar a melhor rota para um único veículo que serve um determinado conjunto de clientes, considerando janelas de tempo. Desenvolveu um algoritmo adaptativo de inserção capaz de produzir soluções ótimas para um tempo limitado. O autor baseou-se no problema que foi inicialmente estudado por Psaraftis (1980). A função objetivo é definida como uma generalização da função objetivo do problema do Caixeiro Viajante (TSP), em que, uma combinação ponderada do tempo necessário para servir todos os clientes e do grau de insatisfação do cliente. No trabalho a complexidade do algoritmo é avaliada por meio de experimentos computacionais. Já Garaix *et al.* (2011) estudaram o problema com o objetivo de maximizar a taxa de ocupação dos veículos. Os autores apresentaram dois algoritmos que permitiram resolver problemas com até 200 solicitações. Os dois algoritmos propostos foram baseados em geração de colunas.

Como já mencionado, o modelo proposto neste artigo é inspirado no trabalho de Cordeau (2006) que apresenta uma abordagem que utiliza o algoritmo *Branch-and-Cut* para resolver o DARP. Nessa abordagem o problema é tratado na sua forma estática, com múltiplos veículos, frota homogênea e garagem única. A resolução do problema é dada por meio de uma abordagem exata através de um modelo de programação linear inteira mista, garantindo assim a obtenção da solução ótima para o problema. Os resultados são obtidos a partir de instâncias geradas aleatoriamente com no máximo 48 clientes. Cordeau (2006) também recomenda testar instâncias assimétricas e comenta que, o DARP é afetado pela assimetria da matriz de custo. Pois uma rota do DARP pode ser viável apenas em uma direção por causa das restrições de precedência. Porém, cabe destacar que Cordeau (2006) utiliza restrição de tempo máximo de viagem para os usuários e em seus testes define as janelas de tempo somente na coleta ou somente na entrega. O autor fornece um número fixo de veículos para o problema, e o modelo utiliza todos os veículos disponíveis para resolver o DARP. Cabe lembrar, que a formulação proposta neste artigo possibilita a minimização do número de veículos utilizados e pode-se escolher o tamanho da frota a ser utilizada. Ressalta-se ainda que os testes deste artigo contemplaram janelas de tempo tanto na origem como no destino.

O modelo aqui proposto trata basicamente do DARP estático com múltiplos veículos, possibilitando uma frota heterogênea, com garagens de início e término, restrições de janelas de tempo para coletas e entregas e com capacidade dos veículos definida.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

O modelo proposto adota inicialmente a existência de n clientes (requisições de transporte) a serem atendidos por k veículos. O modelo pode ser definido por um grafo completo $G = (N, A)$, onde $N = Nos \cup NosDrop \cup C_g$. O conjunto $Nos = \{1, \dots, n\}$ representa os nós de *pickup*, o conjunto $NosDrop = \{n+1, \dots, 2n\}$ representa os nós de *delivery* e $C_g = \{0, 2n+1\}$ representa os conjuntos das garagens onde a garagem "0" representa a origem e a garagem "2n+1" representa o destino de cada um dos veículos. Adicionalmente, o conjunto $A = N \times N$ representa os enlaces da rede. O conjunto $K = \{1, \dots, kn\}$ representa os veículos disponíveis, onde cada veículo k possui uma capacidade cap_k . O valor $|K|$ representa o número de elementos do conjunto K , isto é, o número de veículos disponíveis.

Cada requisição de transporte especifica um local de embarque i e um de desembarque $n+i$. Para cada nó $i \in N$ é associada uma quantidade unitária de passageiros q_i , onde $q_{n+i} = -q_i$ ($i = 1, \dots, n$), e uma duração do serviço d_i , onde $d_{n+i} = d_i$ ($i = 1, \dots, n$). Assim, as garagens possuem $q_0 = q_{2n+1} = 0$, e a duração do serviço é dada por $d_0 = d_{2n+1} = 0$. Como cada pessoa é associada a um nó, se houverem três clientes em um mesmo local, cada uma será associada a um nó e a distância entre eles será considerada zero. Já a duração do serviço será relacionada ao número de clientes no local, nesse exemplo, 3 vezes a duração do serviço de um cliente. A cada nó $i \in N$ tem-se associada uma janela de tempo $[e_i, l_i]$ onde e_i e l_i representam respectivamente o início e o final da janela de tempo, isto é, os limites de horário de atendimento de uma requisição de *pickup* ou *delivery*. Cada arco $(i, j) \in A$ é associado a um custo representado por $c_{i,j}$, que pode ser distância ou tempo de viagem $t_{i,j}$. As variáveis de decisão do problema são:

$x_{i,j}^k$ é uma variável binária onde, $x_{i,j}^k = 1$ se o veículo k trafega do nó i para o nó j e $x_{i,j}^k = 0$, caso contrário;

xb^k é uma variável binária onde, $xb^k = 1$ se o veículo k é utilizado e $xb^k = 0$, caso contrário;

B_i^k representa o instante em que o veículo k começa a atender o nó i ;

Q_i^k representa o número de cadeirantes no veículo k após visitar o nó i .

Com base nas definições acima, apresenta-se a seguir a formulação do modelo matemático proposto:

Minimizar:

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

Sujeito a:

$$xb^k = \sum_{j \in N} x_{0,j}^k \quad \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in Nos \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N} x_{i,j}^k - \sum_{j \in N} x_{n+i,j}^k = 0 \quad (4)$$

$$\forall i \in Nos, k \in K \text{ e } n+i \in NosDrop$$

$$\sum_{j \in Nos} x_{0,j}^k \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N} x_{j,i}^k - \sum_{j \in N} x_{i,j}^k = 0 \quad \forall i \in NPD; k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in NosDrop} x_{i,2n+1}^k \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{i,j}^k \leq |S| - 2 \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$Q_j^k \geq (Q_i^k + q_j) x_{i,j}^k \quad \forall i \in N, j \in N, k \in K \quad (9)$$

$$Q_i^k \leq cap_k \quad \forall i \in N, k \in K \quad (10)$$

$$Q_{2n+1}^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$Q_0^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (12)$$

$$Q_j^k \geq 0 \quad \forall j \in N, k \in K \quad (13)$$

$$B_j^k \geq (B_i^k + d_i + t_{i,j}) x_{i,j}^k \quad (14)$$

$$\forall i \in N, j \in N, k \in K$$

$$ei_i \leq B_i^k \leq li_i \quad \forall i \in N, k \in K \quad (15)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, k \in K \quad (16)$$

$$xb^k \in \{0,1\} \quad \forall k \in K \quad (17)$$

A Função Objetivo do modelo (1) tem a finalidade de minimizar o custo total de viagem. As restrições (2) relacionam as variáveis xb^k e $x_{0,j}^k$. Assim, estas restrições controlam o número de veículos que irão sair da garagem. As restrições (3) e (4) garantem, respectivamente, que cada requisição seja atendida uma única vez, e que o local de embarque e desembarque de uma demanda sempre serão atendidos pelo mesmo veículo. As restrições (5), (6) e (7) garantem que a rota de cada veículo k irá começar e terminar na garagem. As restrições (6) determinam a continuidade de fluxo, o veículo que entra em determinado nó deve deixar esse mesmo nó. As restrições (8) asseguram que não serão geradas sub-rotas sendo S um subgrafo de G e $|S|$ representa o número de vértices desse subgrafo. As equações (9), (10), (11) e (12) garantem que a carga do veículo após visitar determinado nó não ultrapasse a capacidade do veículo e que não exista carga nas garagens. A equação (13) garante que o número de cadeirantes no veículo k após visitar o nó j seja maior ou igual a zero.

A formulação acima descrita é não-linear por causa da restrição (9) e (14). Tais restrições asseguram a consistência nos cálculos da carga dos veículos e dos horários. Porém,

tais restrições podem ser linearizadas introduzindo uma constante. Sendo $M_b \geq \max\{0, li_i + d_i + t_{i,j} - ei_j\}$ e $M_q \geq \min\{cap_k, cap_k + q_i\}$, as restrições (9) e (14) podem ser substituídas respectivamente por:

$$Q_j^k \geq Q_i^k + q_j - M \cdot (1 - x_{i,j}^k) \quad (18)$$

$$\forall i \in N, j \in N, k \in K$$

$$B_j^k \geq B_i^k + d_i - t_{i,j} - M \cdot (1 - x_{i,j}^k) \quad (19)$$

$$\forall i \in N, j \in N, k \in K$$

A restrição (15) garante a não violação da janela de tempo e as restrições (16) e (17) garantem que as variáveis $x_{i,j}^k$ e xb^k sejam binárias.

4. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Os dados utilizados para os testes do programa foram fornecidos pela Secretaria de Transportes, Trânsito e Infraestrutura Urbana de Vitória (Setran) - ES (SETRAN, 2010) e correspondem a requisições de duas semanas de operação do programa de transporte "Porta a Porta". Cada semana conta em média com 200 requisições e cada dia conta em média com 40 solicitações diárias. Foram testados cenários com 10, 15 e 20 solicitações. Os cenários com 20 solicitações correspondem a aproximadamente meio dia de operação. Para simular o atendimento de um dia inteiro pode-se dividir o atendimento em dois turnos (matutino e vespertino/ noturno) e realizar o reaproveitamento dos veículos.

Foram utilizados para os testes veículos de dois tipos, um com capacidade de 3 clientes, tipo "a", e outro com capacidade para 6 clientes, tipo "b". Vale ressaltar que em cada cenário analisado foi considerado somente um tipo de veículo. Os veículos começam as atividades a partir da garagem central da Setran, sendo essa o ponto inicial e final para todas as rotas.

Para obter as distâncias e tempo de viagem entre os clientes foi utilizado o Google Maps (GOOGLE MAPS, 2011). Gerando a matriz de tempos entre todos os pontos da rede, $T_{i,j}$. Foi considerado ainda que o tempo de viagem entre dois pontos é simétrico, isto é, $t_{i,j} = t_{j,i}$. Para cada arco $(i, j) \in A$, o custo $c_{i,j}$ e o tempo de viagem $t_{i,j}$ foram considerados iguais, ou seja, $c_{i,j} = t_{i,j}$.

A formulação proposta na seção anterior bem como a simulação de cada cenário foram desenvolvidas no CPLEX 12.2 e testados em um computador Core 2 Duo 1,83 GHz com 2 GB de memória.

Foram avaliados no total 26 cenários e estes se dividem em dois conjuntos, o primeiro com os veículos do tipo "a" e o segundo com veículos do tipo "b". Ambos com tempo de operação em cada nó de 3 minutos, isto é, $d_i = 3$. O primeiro conjunto representa uma situação em que veículos de pequeno porte são utilizados para o transporte de poucas pessoas e o segundo pode-se considerar como o transporte realizado para um grupo maior de pessoas. Também foram testados dois cenários fictícios T1 e T2, com capacidade de 6 clientes por veículos, e estes visam mostrar que o modelo consegue utilizar a capacidade máxima dos veículos e a vi-

abilidade em casos hipotéticos.

5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Na Tabela 1 são apresentados o número de requisições de *pickup* (n), o horizonte de planejamento (H), o número de veículos disponíveis (K) e dados obtidos pelos testes computacionais como o número de veículos utilizados (K_n) para a solução, o valor da função objetivo, o tempo de processamento e o *gap* após duas horas de processamento ou no instante em que o processamento foi interrompido por falta de memória do computador. Vale ressaltar que o tempo de duas horas já gera soluções de boa qualidade num tempo de processamento aplicável a realidade.

A nomenclatura do cenário, por exemplo “a6-10”, representa: na primeira posição, podendo ser “a” ou “b”, representa o tipo de veículo em relação à capacidade, a segunda posição, representada pelo o número 6 neste exemplo, indica o número de veículos disponíveis e a terceira posição, representada pelo número 10 neste exemplo, indica o número de requisições (clientes).

Observando a Tabela 1, nos cenários 1, 2, 3, 4, 15, 16 e 17, percebeu-se que o CPLEX conseguiu otimizar obtendo como resultado da função objetivo um tempo de 193 minutos, devido ao fato de todos possuírem a mesma janela de tempo. Adicionalmente, em tais cenários para o transporte de 10 clientes foram utilizados 2 veículos, possibilitando uma economia no número de veículos nos cenários 1, 2, 3,

15 e 16, mesmo considerando o fato dos cenários 1 ao 4 usarem veículos com capacidade para atender até 3 clientes simultaneamente e o restante dos cenários com capacidade de até 6 passageiros.

Como foi introduzido no modelo uma variável para contar o número de veículos e como o *software* tende a reduzir a utilização das variáveis, é razoável inferir que, se possível, o processo de otimização proporcionará uma redução da frota, como foi constatado na maioria dos cenários. Foi ainda testado um cenário onde a frota utilizada era menor do que a frota mínima anteriormente encontrada, como esperado, o software respondeu como solução infactível.

Entre os cenários 5 a 9 o CPLEX apresentou como melhor resultado da função objetivo o tempo de 268 minutos (4 horas e 28 minutos) de percurso no cenário 9. Dos cenários de 18 a 21 o melhor resultado da função objetivo foi o tempo de 268 minutos (4 horas e 28 minutos) no cenário 21. Os cenários 21 e 9 apresentaram o mesmo valor da função objetivo com 268 minutos (4 horas e 28 minutos) pois ambos utilizaram o mesmo número de veículos e apresentam a mesma janela de tempo. Supõe-se que um número maior de veículos possibilita maior flexibilidade de atendimento, levando a uma minimização mais expressiva da função objetivo. Já o contrário, uma frota reduzida, leva cada um dos veículos a percorrer rotas maiores.

Analisando a Tabela 1 é possível perceber, comparando os cenários 5 e 9, que para reduzir dois veículos na solução, de 4 para 2 veículos, a função objetivo apresenta uma diferença de 26 minutos no trajeto. Assim sendo, com 26 minu-

Tabela 1. Características dos Cenários e Resultados Apresentados pelo CPLEX

Cenários	n (nº de requisições)	H (horizonte planejamento – minutos)	K (veículos disponíveis)	K_s (veículos utilizados)	Função			
					Objetivo (Tempo – minutos)	Tempo de Processamento (segundos)	gap (%)	
1	a6-10	10	330	6	2	193	1722,13	-
2	a4-10	10	330	4	2	193	507,97	-
3	a3-10	10	330	3	2	193	127,47	-
4	a2-10	10	330	2	2	193	45,57	-
5	a6-15	15	390	6	4	294	1699,40	31,22
6	a5-15	15	390	5	4	340	601,45	39,92
7	a4-15	15	390	4	3	285	774,70	24,20
8	a3-15	15	390	3	3	279	964,04	19,39
9	a2-15	15	390	2	2	268	2887,86	-
10	a7-20	20	390	7	5	462	1149,53	35,61
11	a6-20	20	390	6	3	353	5895,39	20,37
12	a5-20	20	390	5	3	342	1885,76	14,50
13	a4-20	20	390	4	3	342	1619,31	11,99
14	a3-20	20	390	3	3	337	2513,21	-
15	b4-10	10	330	4	2	193	321,50	-
16	b3-10	10	330	3	2	193	110,85	-
17	b2-10	10	330	2	2	193	21,37	-
18	b5-15	15	390	5	3	335	434,40	39,98
19	b4-15	15	390	4	3	285	562,45	25,76
20	b3-15	15	390	3	3	302	655,41	25,96
21	b2-15	15	390	2	2	268	3086,21	-
22	b6-20	20	390	6	3	355	1524,68	20,34
23	b5-20	20	390	5	3	373	1190,91	24,03
24	b4-20	20	390	4	3	344	1772,17	12,91
25	b3-20	20	390	3	3	337	3971,66	-
26	b2-20	20	390	2	2	358	1786,10	-
T1	b2-10	10	750	2	2	225	1,43	-
T2	b1-06	06	120	1	1	80	1,58	-

tos a menos no total do percurso da função objetivo (cenário 5), 294 minutos, tem-se uma redução no número de veículos utilizados na solução e uma redução do tempo de percurso. Comparando os cenários 18 e 21, também é possível atender as demandas com um veículo a menos na solução desde que diminuindo 67 minutos no valor da função objetivo, 335 minutos (cenário 18). Assim observou-se que o modelo foi capaz de atender as solicitações dos clientes respeitando as janelas de tempo definidas e, ainda, reduzir o uso dos veículos disponíveis.

Analisando os cenários com 20 clientes percebeu-se um comportamento dos resultados análogo aos apresentados pelos cenários anteriores. Com relação aos cenários 25 e 26, ambos atingiram o ótimo e o cenário 25, com um veículo a mais que o cenário 26 apresentou o valor da função objetivo mais baixo dos cenários com 20 clientes, 337 minutos. Isso leva a crer que a utilização de três veículos seja a solução que consiga atingir o menor tempo de percurso. O cenário 26 reduz 1 veículo na solução, de 3 para 2 veículos, e consegue atender às demandas, porém com um aumento de 21 minutos no valor da função objetivo, 358 minutos.

Já nos cenários fictícios T1 e T2, com capacidade de 6 clientes por veículos, b2-10 e b1-6, o CPLEX utilizou o mesmo número de veículos disponíveis para resolver o problema, não havendo redução da frota. No cenário T2 também foi possível verificar que o CPLEX consegue resolver o problema com 1 veículo desde que as janelas de tempo permitam. Os cenários T1 e T2 conseguiram atingir a capacidade máxima do veículo, chegando a transportar 6 passageiros simultaneamente.

Para apresentar as rotas encontradas e os resultados do modelo, foram escolhidos o cenário 1 - "a6-10" e o cenário 15 - "b2-10". Os valores da janela de tempo $[e_i, l_i]$ para os cenários com 10 clientes são apresentados na Tabela 2. Como também foi considerado apenas uma garagem, os nós que representam as garagens, 0 e 21, estão fisicamente no mesmo lugar e suas janelas de tempo são diferenciadas das demais nós, sendo ambas iguais tanto para *pickup* quanto para *delivery*. Esta janela representa o tempo total possível de operação dos veículos.

Cabe enfatizar que nesse tipo de problema quanto menos tempo dentro do veículo maior o conforto para os cadeirantes. Nesse artigo o conforto do cliente é garantido pela janela de tempo no ponto de embarque conjunto com a janela de tempo no ponto desembarque.

O CPLEX utilizou dois veículos para a solução, chama-

dos de veículo nº 1 e nº 2. Na Tabela 3 são apresentadas as rotas feitas por ambos, o número de passageiros nos veículos após atender o nó atual i e o horário de chegada neste nó.

O veículo nº 1 atendeu a 7 clientes com um tempo total de 2 horas e 35 minutos e ficou com a capacidade máxima entre os nós 6 e 13 e entre os nós 8 e 18. O veículo nº 2 transportou os 3 clientes restantes com tempo total de atendimento de 67 minutos. Percebeu-se que para minimizar o tempo total de percurso o modelo procurou preencher o veículo nº 1 com um número máximo de atendimentos dentro das janelas de tempo solicitadas pelos clientes e após isto o veículo nº 2 foi utilizado para transportar o restante dos passageiros. O horário de saída do veículo nº 1 da garagem para atendimento do primeiro cliente foi as 6 horas e 32 minutos e o horário de chegada na garagem foi as 9 horas e 52 minutos, totalizando 3 horas e 20 minutos de percurso. O veículo nº 2 totalizou 1 hora e 27 minutos de percurso.

Para o veículo nº 1 ir do ponto 19 para o 20 ele leva 6 minutos de acordo com a matriz $T_{i,j}$ porém, foi possível observar na Tabela 3 que esse veículo levou 30 minutos para ir do ponto 19 para o 20. Isto quer dizer que o veículo ficou parado no ponto 19 esperando 27 minutos para atender o cliente no ponto 20 dentro da janela de tempo dessa solicitação. Essa espera do veículo, também foi observada em outros pontos desse cenário e em ambos os veículos. Cabe ressaltar que essa estratégia, usada para atender os clientes, foi observado em todos os cenários. Com essa espera do veículo percebeu-se que o tempo total de percurso deste cenário foram maiores do que o valor da função objetivo (193 minutos). Isto porque o valor da função objetivo é a minimização da somatória dos tempos nos arcos sem considerar a espera do veículo em alguns pontos.

Os veículos poderiam atender mais clientes entre o início do horizonte de planejamento até o início do atendimento do primeiro cliente e entre o início do atendimento do último cliente até o término do horizonte de planejamento. Juntos, os dois veículos teriam em torno de 5 horas e 38 minutos de disponibilidade para atender mais clientes. Assim, pode-se dizer que caberiam mais clientes dentro da programação utilizando o mesmo número de veículos, desde que as novas demandas obedecessem às condições impostas pelas janelas de tempo já existentes.

Observou-se que o maior impedimento na resolução do DARP foram as janelas de tempo no embarque e desembarque, pois estas são rígidas e impedem que ocorram mais en-

Tabela 2. Janela de Tempo dos Nós – 10 Clientes

	Horário solicitado				Horário solicitado					
	Nós	hr	min	Janela de Tempo	Nós	hr	min	Janela de Tempo		
				e_i (janela inferior)	l_i (janela superior)			e_i (janela inferior)	l_i (janela superior)	
<i>Pickup</i>	1	6	35	6h15min	6h55min	11	7	15	6h55min	7h35min
	2	7	0	6h40min	7h20min	12	7	40	7h20min	8h00min
	3	7	0	6h40min	7h20min	13	7	40	7h20min	8h00min
	4	7	15	6h55min	7h35min	14	7	55	7h35min	8h15min
	5	7	40	7h20min	8h00min	15	8	20	8h00min	8h40min
	6	7	40	7h20min	8h00min	16	8	20	8h00min	8h40min
	7	8	0	7h40min	8h20min	17	8	40	8h20min	9h00min
	8	8	35	8h15min	8h55min	18	9	25	9h05min	9h45min
	9	8	40	8h20min	9h00min	19	9	20	9h00min	9h40min
	10	8	45	8h25min	9h05min	20	9	25	9h05min	9h45min
<i>Delivery</i>										

Tabela 3. Características das Rotas - Veículos nº 1 e nº 2 - Cenário 1

	Nó predecessor	Nó atual (i)	Q_i (número de passageiros no veículo)	B_i (horário de chegada no nó i)
Veículo nº 1 - Rota	0	3	1	6h40min
	3	1	2	6h52min
	1	11	1	7h00min
	11	2	2	7h20min
	2	6	3	7h40min
	6	13	2	7h51min
	13	12	1	7h56min
	12	16	0	8h17min
	16	10	1	8h25min
	10	9	2	8h40min
	9	8	3	8h55min
	8	18	2	9h06min
18	19	1	9h15min	
19	20	0	9h45min	
20	21	0	9h52min	
Veículo nº 2 - Rota	0	4	1	7h18min
	4	5	2	7h25min
	5	14	1	7h35min
	14	7	2	7h51min
	7	15	1	8h08min
	15	17	0	8h25min
	17	21	0	8h33min

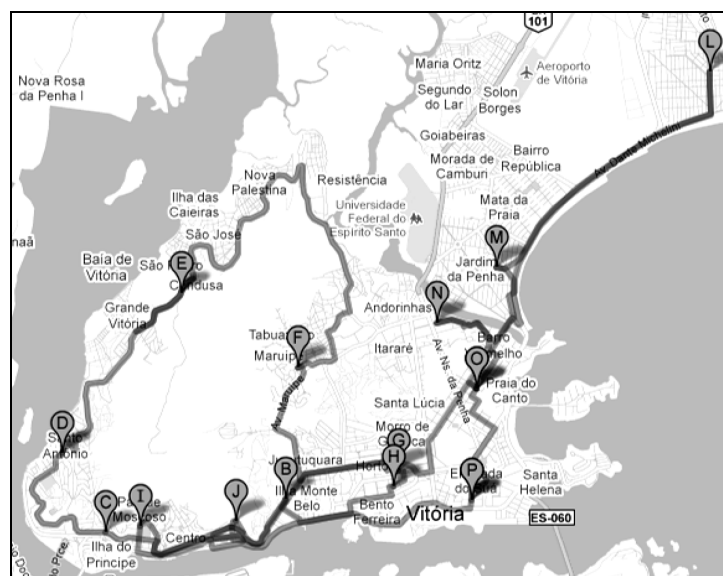


Figura 1. Representação da Rota feita pelo Veículo nº 1 - Cenário 1

caixas de clientes num mesmo veículo. Nas Figuras 1 e 2 são apresentadas as rotas de cada um dos dois veículos no mapa de Vitória - ES.

O primeiro veículo, Figura 1, concentrou seu atendimento na ilha de Vitória e somente dois pontos encontraram-se fora dessa região, número 8 (*pickup*), no bairro Jardim da Penha, e número 18 (*delivery*), no bairro Jardim Camburi, que no entanto são próximos. Na Figura 2 os atendimentos se concentraram fora do centro da cidade. Com relação à distância percorrida pelos veículos, o nº 1 percorreu maior distância que o nº 2, passando por quase todos os bairros da cidade.

Comparando o cenário 1 com o cenário 15 - “b4-10”, verificou-se que o veículo nº 2 (cenário 15) apresenta exatamente a mesma configuração da rota e número de clientes atendidos (7 clientes) do veículo nº 1 (cenário 1). Já o veí-

culo nº 1 (cenário 15) atendeu a 3 clientes e apresentou uma diferença na ordem de atendimento dos clientes nos nós 4 e 5, em relação ao veículo nº 2 (cenário 1). No cenário 15 o veículo nº 1 saiu da garagem e foi buscar o cliente 5 e deste partiu para o cliente 4. No cenário 1 ocorreu o contrário. Com isso, o veículo nº 1 (cenário 15) apresentou 1 minuto a mais no tempo total de atendimento, totalizando 68 minutos, se comparado ao veículo nº 2 (cenário 1). O restante da rota é igual nos dois cenários e observou-se que ocorreu uma diferença entre os horários de chegada do veículo nos clientes, porém, dentro da janela de tempo especificada.

Os veículos deste cenário 15 não foram plenamente utilizados em termos de capacidade e tanto o veículo nº 1 quanto o nº 2, com capacidade para 6 clientes tiveram no máximo 3 clientes sendo transportados simultaneamente. Percebeu-se que veículos maiores, como o caso do cenário 15,

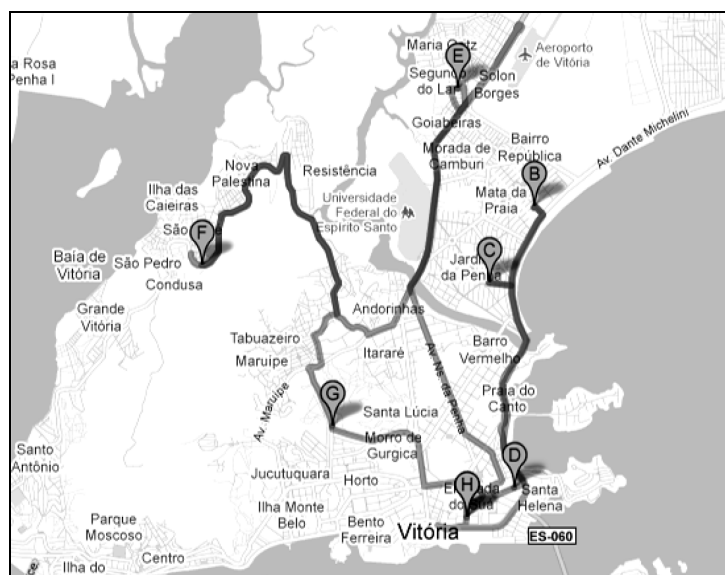


Figura 2. Representação da Rota feita pelo Veículo nº 2 - Cenário 1

não gerariam ganhos significativos e veículos de pequeno porte, como os do cenário 1, se mostraram mais adequados para os dados analisados. Isto também ocorreu nos demais cenários.

Devido às janelas de tempo serem as mesmas, em todos os cenários com 10, 15 e 20 clientes, constatou-se que veículos com capacidade maior não iriam resolver o problema com tempos melhores de atendimento para os clientes. Estes veículos, com capacidade de 6 clientes, só se justificam em transporte de grupo (como eventos) ou se o tempo de permanência do cliente dentro do veículo for mais alto, o que pode ocasionar um desconforto para o cliente. Como em todos os casos reais que utilizaram veículos “b” não foi possível utilizar plenamente a capacidade dos veículos.

Analisando os outros cenários com 10, 15 e 20 clientes foi possível observar um comportamento dos resultados análogo aos apresentados pelos cenários 1 e 15. Assim, isso leva a crer que uma frota heterogênea seria mais conveniente para a cidade estudada.

Nos cenários reais foi observado um número de cadeirantes inferior a capacidade máxima dos veículos. Desta forma, faz-se necessário um estudo da viabilidade de uso de frota heterogênea a fim de buscar uma melhor utilização de frota. Vale ressaltar que o modelo proposto está preparado para realizar testes utilizando frota heterogênea.

6. CONCLUSÕES

Conforme apresentado na introdução, este artigo teve como objetivo propor um modelo de Programação Linear Inteira Mista para a resolução do DARP e de realizar testes computacionais com os dados fornecidos pela Prefeitura de Vitória, ES visando programar o atendimento a cadeirantes cadastrados no programa público “Porta a Porta”. O modelo matemático proposto difere dos demais encontrados na literatura por possibilitar uma redução no número de veículos e por possuir janelas de tempo definidas tanto em *pickup* como em *delivery* nos testes computacionais. Adicionalmente, vários testes com dados reais foram realizados. A partir destes testes foi possível verificar que veículos com capacidades maiores não implicam em tempos melhores de atendimento para os clientes. Isto se deve, sobretudo, às janelas de tempo que restringem fortemente as opções de roteamen-

to. Foi percebido que é possível que frotas heterogêneas gerem uma utilização melhor do que frotas homogêneas.

O modelo desenvolvido pode ser usado como um mecanismo de solução do problema, possibilitando uma condução de uma negociação com os cadeirantes solicitantes em termos de horários e localizações visando uma melhor utilização da frota. Outro fato importante verificado foi que, apesar das janelas de tempo serem uma ótima ferramenta para garantir a qualidade do serviço sob a ótica dos solicitantes, elas aumentam a complexidade do problema e, por conseguinte, reduzem o tamanho máximo do problema que pode ser resolvido.

O problema DARP é um campo fértil para estudos e ainda pode ser muito explorado, sendo assim, este artigo pode ser continuado. Sugerem-se estudos de análises econômicas e financeiras com relação à frota utilizada para verificar os reais benefícios de uma redução no número de veículos utilizados e também uma análise detalhada por meio de novos cenários sobre a utilização e os resultados alcançados com frota heterogênea.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bodin, L. D.; B. L. Golden; A. A. Assad e M. O. Ball (1983) Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art. *Computers & Operations Research*, v. 10, n. 2, p. 63–211. DOI:10.1016/0305-0548(83)90030-8.
- Bodin, L. D. e T. Sexton (1986) The multi-vehicle subscriber dial-a-ride problem. *TIMS Studies in Management Science*, v. 2, p. 73–86.
- Cordeau, J. F. (2006) A branch-and-cut algorithm for the dial-a-ride problem. *Operations Research*, v. 54, n. 1, p. 573–586. DOI:10.1287/opre.1060.0283.
- Cordeau, J. F. e G. Laporte (2002) The Dial-a-Ride Problem (DARP): Variants, Modeling issues and Algorithms. *Quarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies*, v. 40R, n.1, n. 1, p. 89–101. DOI:10.1007/s10288-002-0009-8.
- Cordeau, J. F. e G. Laporte (2007) The dial-a-ride problem: models and algorithms. *Annals of Operations Research*, v. 153, n. 1, p. 29–46. DOI:10.1007/s10479-007-0170-8.
- CPLEX (2010). IBM ILOG CPLEX. Disponível em: <http://www.ibm.com/br/pt/> (Acesso em: 18/04/2010).
- Cunha, C. B. (2000) Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. *Transportes*, Rio de Janeiro, v. 8, n. 2, p. 51–74. DOI:10.4237/transportes.v8i2.188.
- Cunha, C. B. (2003) Um Modelo Matemático para o Problema de Sequenciamento e Programação de visitas de Gerentes de Banco. *Gestão e Produção*, São Carlos, v. 10, n. 2, p. 183–196. DOI:10.1590/S0104-530X2003000200005.

- Desrosiers, J.; Y. Dumas e F. Soumis (1986) A dynamic programming solution of the large-scale single-vehicle dial-a-ride problem with time windows. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, v. 6, n. 34, p. 301–325.
- Desrosiers, J.; Y. Dumas; F. Soumis; S. Taillefer e D. Villeneuve. (1991) An algorithm for mini-clustering in handicapped transport. *Les Cahiers du GERAD*, G-91-02, École des Hautes Études Commerciales, Montréal.
- Dumas, Y.; J. Desrosiers e F. Soumis (1989) Large scale multi-vehicle dial-a-ride problems. *Les Cahiers du GERAD*, G-89-30, École des Hautes Études Commerciales, Montréal.
- Faria, A.; M. Yamashita; L. A. Tozi; V. J. Souza e I. Brito Jr. (2010) Dial-a-ride Routing System: the study of mathematical approaches used in public transport of people with physical disabilities. In: *Proceedings of 12th World Conference on Transport Research Society*, 12th WCTR, Lisboa.
- Garaix, T.; C. Artigues; D. Feillet e D. Josselin (2011) Optimization of occupancy rate in dial-a-ride problems via linear fractional column generation. *Computers & Operations Research*, v. 38, p. 1435–1442. DOI:10.1016/j.cor.2010.12.014.
- Google Maps (2011) *Google – Dados cartográficos, Europa Technologies, Inav/Geosistemas SRL, MapLink*. Disponível em: <http://maps.google.com.br/> (Acesso em 11/03/2011).
- Haidemann, H. P. (2007) *O Problema Dial-a-ride Estático: Estudo de Caso para o Transporte Escolar*. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - Programação Matemática. Setor de Ciências Exatas, Departamento de Matemática. Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Häme, L. (2011) An adaptive insertion algorithm for the single-vehicle dial-a-ride problem with narrow time Windows. *European Journal of Operational Research*, v. 209, p. 11–22. DOI:10.1016/j.ejor.2010.08.021.
- Ioachim, I.; J. Desrosiers; Y. Dumas e M. M. Solomon (1995) A request clustering algorithm for door-to-door handicapped transportation. *Transportation Science*, v. 29, p. 63–78. DOI:10.1287/trsc.29.1.63.
- Jaw, J. J.; A. R. Odoni; H. N. Psaraftis e N. H. M. Wilson (1986) A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows. *Transportation Research Part B*, v. 20, n. 3, p. 243–257. DOI:10.1016/0191-2615(86)90020-2.
- Karabuk, S. (2009) A nested decomposition approach for solving the paratransit vehicle scheduling problem. *Transportation Research Part B*, v. 43, p. 448–465.
- Madsen, O. B. G.; H. F. Ravn e J. M. Rygaard (1995) A heuristic algorithm for the dial-a-ride problem with time windows, multiple capacities, and multiple objectives. *Annals of Operations Research*, v. 60, p. 193–208. DOI:10.1007/BF02031946.
- Mauri, G. R.; L. A. N. Lorena (2009) Uma nova abordagem para o problema dial-a-ride. *Produção*, v. 19, n. 1, p. 41–54. DOI:10.1590/S0103-65132009000100004.
- Parragh, S. N.; K. F. Doerner e R. F. Hartl (2008) A survey on pickup and delivery problems Part II: Transportation between pickup and delivery locations. *Journal für Betriebswirtschaft*, v. 58, n. 2, p. 81–117. DOI:10.1007/s11301-008-0033-7.
- Psaraftis, HN. (1980) A dynamic programming approach to the single-vehicle, many-to-many immediate request dial-a-ride problem. *Transportation Science*, v. 14, p. 130–154. DOI:10.1287/trsc.14.2.130.
- Psaraftis, HN. (1983) An exact algorithm for the single-vehicle many-to-many dial-a-ride problem with time windows. *Transportation Science* v. 17, p. 351–357. DOI:10.1287/trsc.17.3.351.
- Raack, C.; A. M. C. A. Koster; S. Orlowski e R. Wessälly (2007) Capacitated network design using general flow-cutset inequalities. In: *Proceedings of the International Network Optimization Conference (INOC 2007)*, p. 7–14.
- Ropke, S.; J. F. Sordeau e G. Laporte (2007) Models and branch-and-cut algorithms for pickup and delivery problems with time windows. *Networks*, v. 49, p. 258–272. DOI:10.1002/net.20177.
- Savelsbergh, M. W. P. e M. Sol (1995) The General Pickup and Delivery Problem. *Transportation Science*, v. 29, n. 1, p. 17–29. DOI:10.1287/trsc.29.1.17.
- Setran (2010) Cadeirantes contam com transporte porta a porta. Secretaria de Transportes, Trânsito e Infraestrutura Urbana, Prefeitura de Vitória - ES. Disponível em: <http://www.vitoria.es.gov.br/setran.php?pagina=transporteportaaporta> (Acesso em 07/04/2010).
- Sexton T. e L. D. Bodin (1985) Optimizing single vehicle many-to-many operations with desired delivery times: I. Scheduling. *Transportation Science*, v. 19, p. 378–410. DOI:10.1287/trsc.19.4.378.
- Subramanian, A. (2008) *Metaheurística Iterated Local Search Aplicada Ao Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea*. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Paraíba.
- Toth, P. e D. Vigo (1997) Heuristic Algorithms for the Handicapped Persons Transportation Problem. *Transportation Science*, v. 31, p. 60–71. DOI:10.1287/trsc.31.1.60.
- Znamensky, A. e C. B. Cunha (1999) Um modelo para o problema de roteirização e programação do transporte de deficientes. *Anais do IX Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, ANPET, São Carlos, p. 59–62.